

Grundlagen zur automatisierten Ermittlung hochgenauer Passpunkte für CubeSat-Satellitenbilder mittels Deep-Learning-gestützter Delaunay-Triangulation basierend auf Gebäudedaten des Liegenschaftskatasters

Basics for the Automated Determination of High-precision Control Points for CubeSat Satellite Images using Deep Learning-supported Delaunay Triangulation based on Building Data from the Real Estate Cadastre

Robert Roschlaub* | Clemens Glock | Manfred Zerndl | Andreas Maier | Karin Möst | Philipp-Roman Hirt | Michael Greza

Zusammenfassung

Es wird ein Lösungsansatz zur Georeferenzierung von Satellitenbildern von Zeilenkameras miniaturisierter Satelliten, den sog. CubeSat-Satelliten, mit einer geringen Ausrichtungs-genauigkeit (Pointing-Genauigkeit) vorgestellt, der eine automatisierte Passpunktbestimmung im Postprocessing ermöglicht. Kern der Methode ist ein zweidimensionaler Ansatz, um aus aggregierten und triangulierten Gebäudedaten über Siedlungsschwerpunkte Ähnlichkeiten in der Triangulation zu identifizieren und Gebäudeschwerpunkte als Passpunkte zu bestimmen. Das zugrunde liegende funktionale und stochastische Modell wird erläutert. Ein Nachweis der vorgeschlagenen Verfahrenslösung erfolgt anhand eines Simulators mit lagerichtigen Digitalen Orthophotos (TrueDOP) sowie zweier Satellitenszenen.

Schlüsselwörter: CubeSat, TrueDOP, CNN, Deep Learning, semantic segmentation, automatic control point determination and aggregation, Delaunay-Triangulation, image orientation

Summary

A solution for georeferencing satellite images from line-scan cameras of miniaturized satellites, the so-called CubeSat satellites, with a low pointing accuracy is presented, which allows an automated control point determination in post-processing. Core element of this method is a two-dimensional approach to find similarities between triangulations of aggregated settlement data and consequentially derive building centres as key points. The underlying functional and stochastic model are explained. The proposed solution is demonstrated using a simulator with true digital orthophotos (TrueDOP) and two satellite scenes.

Keywords: CubeSat, TrueDOP, CNN, Deep Learning, semantic segmentation, automatic control point determination and aggregation, Delaunay triangulation, image orientation

1 Einführung

Bilddaten, wie Luftbilder oder Digitale Orthophotos, sind eine wichtige Grundlage von Planungen und haben große Bedeutung für Wirtschaft und Verwaltung. Sie zählen zu den Geobasisdaten und sind Teil der Produktpalette der Bayerischen Vermessungsverwaltung (BVV). Bei der Erfassung von Bilddaten wird zwischen Luftbildfernerkundung (airborne remote sensing) und Satellitenfernerkundung (satellite remote sensing) unterschieden.

Derzeit erfolgt die Erfassung von Bilddaten in der BVV mittels Luftbildfernerkundung. Dabei wird jedes Jahr durch eine EU-weite Ausschreibung die Befliegung von Luftbildern in einer Bodenauflösung von 20 cm für die Hälfte von Bayern in Losen an Flugfirmen vergeben. Anschließend erfolgt die Prozessierung der Luftbilder unter Zuhilfenahme eines hochauflösten digitalen Geländemodells in ein Mosaik lagerichtiger Digitaler Orthophotos (TrueDOP) durch die BVV. Hieraus ergibt sich für die Fläche von Bayern ein Aktualisierungszyklus von zwei Jahren. Eine Verkürzung des Aktualisierungszyklus wäre durch die Einbeziehung von Satellitenfernerkundung denkbar. Aufgrund der deutlich größeren Aufnahmehöhe ist hier jedoch nur schwer eine ähnlich gute Bodenauflösung wie durch die Luftbildbefliegung zu erreichen. Die für Verwaltungen kostenfrei zur Verfügung stehenden Satellitendaten der Sentinel-2-Mission haben beispielsweise eine Bodenauflösung von 10 m. Für die Verwaltung wünschenswert wären Auflösungen von 4 m in einer hohen Wiederholungsrate. Kommerzielle Satelliten, wie die beiden französischen Satelliten Pleiades (0,5 m Auflösung durch Pan-Sharpening im Multispektralen, Fokus auf kleine Gebiete) und Spot-7 (1,5 m Auflösung durch Pan-Sharpening im Multispektralen, größere Abdeckung mit hoher Wiederkehrrate), erreichen eine bessere Bodenpixelgröße, haben jedoch im Vergleich zur PlanetScope-Konstellation eine niedrigere Wiederholungsrate und eine geringere flächenhafte Abdeckung. PlanetScope erreicht eine Auflösung von 3,7 m bei vier oder acht Spektralkanälen und einer täglichen globalen Abdeckung.

* Korrespondierender Autor

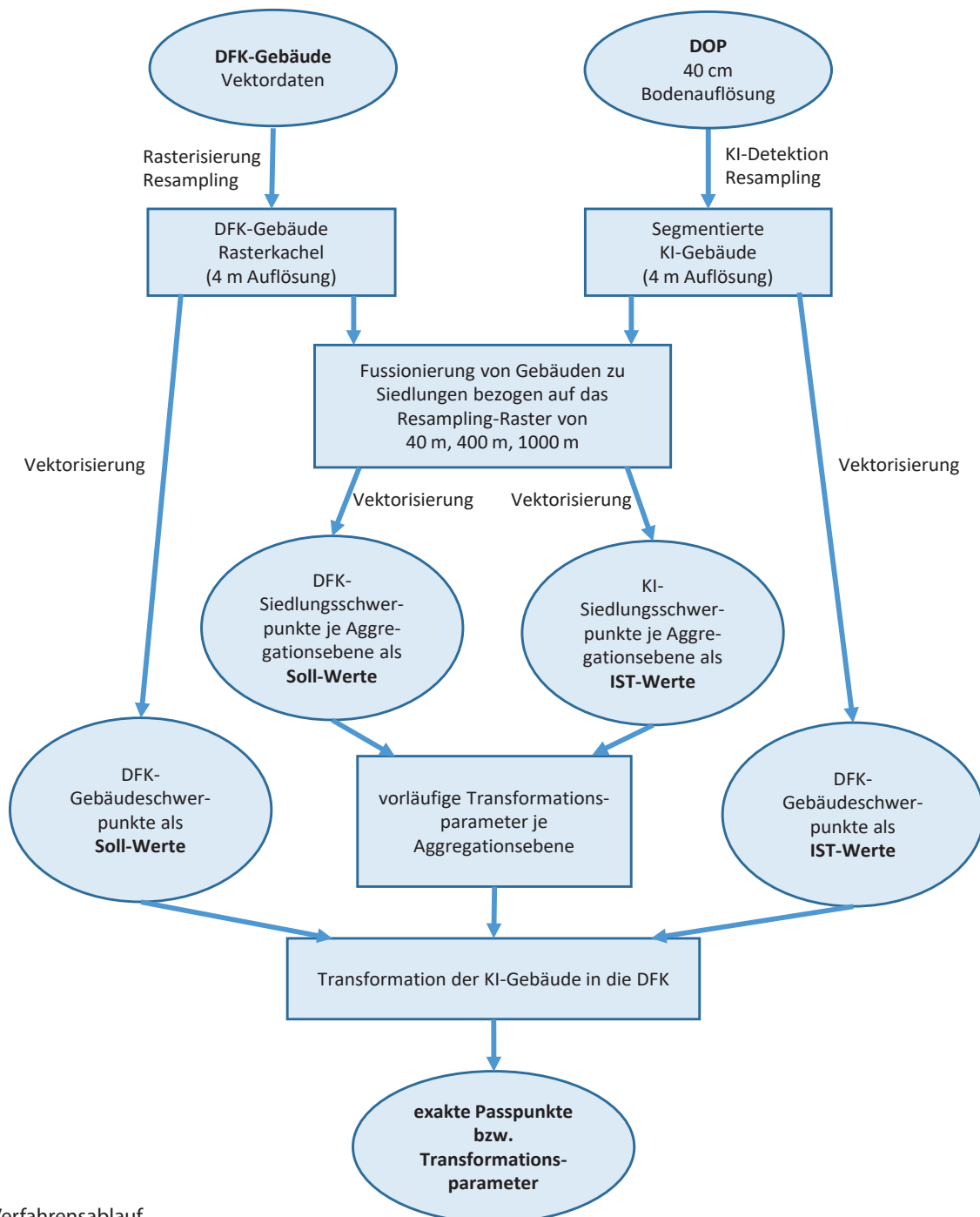


Abb. 1: Verfahrensablauf

Größe und Gewicht von Satelliten sind ein wichtiger Kostenfaktor. Die Miniaturisierung der Satelliten hin zu CubeSat-Satelliten (Johnstone et al. 2022) geht oft auch mit einer Reduzierung der erzielbaren Lage- und Orientierungsgenauigkeit einher, da man ggf. weniger oder weniger präzise Sensoren und Aktuatoren zur Ausrichtung der Satelliten einbaut. Häufig ist keine Onboard-Prozessierung für Orientierungs- und Ortungsgenauigkeit während der Messung möglich. Hieraus ergibt sich eine zusätzliche Reduzierung der Qualität der Rohdaten und ein aufwändigeres Postprocessing. Durch Satellitenfernerkundung könnte jedoch die Aktualität der Daten erheblich von derzeit zwei Jahren auf wenige Tage reduziert werden. Aus Nutzersicht ist neben einer hohen Aktualität und einer möglichst gu-

ten Bodenauflösung zusätzlich eine hohe Genauigkeit in der Ausrichtung der Satelliten (Pointing-Genauigkeit) erforderlich. Die aufgrund der höheren Wiederholungsrate resultierende Datenmenge der Satelliten und die damit einhergehende Verkürzung der zur Verfügung stehenden Prozessierungszeit können nur mit neuen Methoden und automatisierten Verarbeitungsverfahren bewältigt werden.

Im Rahmen einer Forschungsk Kooperation der BVV mit der Technischen Universität München (TUM) und dem Zentrum für Telematik (ZfT) in Würzburg werden CubeSats entwickelt, die diesen Anforderungen gerecht werden können.

Um künftig Satellitenfernerkundungsdaten dieser Kleinsatelliten für geodätische Anwendungen wirtschaft-

lich nutzen zu können, gilt es, Methoden zu entwickeln, die eine automatische Georeferenzierung der Satellitenbilder im Postprocessing ermöglichen, um geringere Lage- und im besonderen Orientierungsgenauigkeiten im Vergleich zu konventionellen Erdbeobachtungssatelliten mit Zeilenkameras auszugleichen. Generell sind derzeit Verfahren üblich, die entweder strenge geometrische Modelle zur exakten Modellierung des spezifischen Sensors als erweiterte Kollinearitätsgleichungen oder linienbasierte rationale Funktionsmodelle (RFMs) als Näherung der strengen Modelle (Poli und Toutin 2012, Cao et al. 2019) nutzen. RFMs wurden dabei auch erfolgreich für Zeilenkameras adaptiert (Moradi et al. 2021). Darüber hinaus können passpunktbasierte Verfahren durch den Einsatz einer Bündelblockausgleichung verbessert werden (Cao et al. 2019). Die dafür nötigen Passpunkte können durch vielfältige Passpunktdetektoren automatisch erhoben werden, darunter klassische Featuredetektoren wie SIFT (Fan et al. 2013) und SURF (Patel et al. 2016). Ein weiterer Ansatz ist die direkte, auf neuronalen Netzen basierende Koregistrierung von Satellitenbildern auf bereits georeferenzierte Bestandsbilder (Manandhar et al. 2020).

In diesem Artikel wird ein neuer Ansatz zur Passpunktgenerierung vorgeschlagen, der die der BVV zur Verfügung stehenden, qualitativ hochwertigen Geodaten zu Hilfe nimmt. Die für diese Georeferenzierung notwendigen Passpunkte sollen dabei automatisiert abgeleitet werden.

Unabhängig vom Vorliegen von Bilddaten aus der Satellitenfernerkundung können im Vorfeld ein Workflow zur Passpunktbestimmung definiert und erste Versuche zur automatischen Erkennung von Gebäudedaten durch KI-Verfahren erprobt werden. Bis zum Vorliegen der originalen CubeSat-Satellitendaten können als Zwischenlösung zur Erprobung der Methoden folgende Datensätze verwendet werden, die eine ähnliche Charakteristik aufweisen, wie die zu erwartenden echten Daten:

- präzise georeferenzierte TrueDOPs als initialer Trainingsdatensatz, die auf den Zielmaßstab der Satelliten mit einer Bodenauflösung von 4 m neu berechnet werden (Downsampling) und
- bereits georeferenzierte Satellitendaten mit ähnlicher Bodenpixelgröße.

Für die automatisierte Passpunktbestimmung soll ein Gebäudedetektor genutzt werden, wie er bereits in der BVV bei der landesweiten, automatischen Baufall-Erkundung mittels Künstlicher Intelligenz (KI) zum Einsatz kommt

(Roschlaub et al. 2022). Dabei soll das KI-System zunächst zur Detektion von Gebäudeschwerpunkten (geometrische Mittelpunkte der Gebäudepolygone) mit Hilfe der präzise georeferenzierten TrueDOPs trainiert werden, um anschließend die erzielten Klassifikationsergebnisse mit einem auf Satellitendaten trainierten KI-System zu vergleichen. TrueDOPs werden dabei genutzt, um für die angestrebte Aufnahmekonstellation realitätsnahe Geometrien in den Trainingsdaten abzubilden und dem Modell eine höchstmögliche Lagegenauigkeit zugrunde zu legen. Im Trainingsprozess wird so sichergestellt, dass bei der Segmentierung ausschließlich Dach- und nicht Fassadenflächen erfasst werden. Darüber hinaus stehen diese Daten hoher Güte der BVV für die gesamte Fläche Bayerns frei zur Verfügung. Der Verfahrensablauf ist in Abb. 1 dargestellt. Basierend hierauf befasst sich dieser Artikel zunächst mit der Datenaufbereitung zum Aufbau des Simulators. In dem zentralen Abschnitt 3 wird die konzeptionelle Herleitung der für die Passpunktbestimmung verwendeten Delaunay-Triangulation sowie das funktionale und stochastische Modell zur Detektion erläutert und ein praktischer Nachweis für ein Testgebiet auf der Basis von TrueDOPs gegeben. Im Anschluss daran erfolgt die Anwendung und der Nachweis der Übertragbarkeit auf Satellitendaten. Abschließend werden Aussagen zum Rechenaufwand getroffen und zur erzielten Genauigkeit gegeben, die bei einer bestmöglichen Passpunktzuordnung unter optimalen atmosphärischen Bedingungen möglich ist.

Das Ergebnis des Beitrags ist der grundsätzliche Nachweis einer zweidimensionalen Verfahrenslösung zur automatisierten Identifizierung hochgenauer Passpunkte aus Satellitendaten.

2 Aufbau eines Simulators

2.1 Berechnung von Gebäudeschwerpunkten im Maßstab der Fernerkundungsdaten anhand hochgenauer Grundrisse der Digitalen Flurkarte (DFK) als Soll-Werte für die Passpunkte

Gebäude können von einem KI-basierten Gebäudedetektor über die Dachflächen in den Bilddaten erkannt werden. Dabei können zusammenhängende Gebäude wie Reihenhäuser, unabhängig von ihrer rechtlichen Trennung durch amtliche Grundstücksgrenzen, nur als ein großes zusammenhängendes Gebäude erkannt werden (siehe Abb. 2).



Abb. 2: Bilddaten (links), Liegenschaftskarte (Mitte), Gebäudegrundrisse (rechts)

Dies gilt auch für Gebäudeblöcke in den Kerngebieten der Städte, für die ebenfalls nur ein gemeinsamer Grundriss aller aneinandergrenzenden Gebäude zu detektieren ist. Damit können für alle zusammenhängenden Gebäude eindeutige Gebäudeschwerpunkte berechnet werden.

Dies erfolgt in mehreren Schritten unter Einbeziehung der Formeln von (Bourke 1997).

2.1.1 Verschmelzung (Fusionierung) von Gebäudegrundrissen der DFK durch eine Vektor-Raster-Konvertierung im Zielmaßstab

In einem ersten Schritt sind die für das Training eines KI-Systems zur Erkennung von Gebäuden wichtigen Gebäudegrundrisse der amtlichen Digitalen Flurkarte (DFK) ohne Berücksichtigung einzelner rechtlicher Teilflächen zu einem Gebäudepolygon zu verschmelzen. Dies erfolgt



Abb. 3: Gebäudeflächen als Rasterdaten (weiß: Gebäude, schwarz: kein Gebäude) in 40 cm (links) und 4 m Bodenauflösung (rechts)

durch eine Vektor-Raster-Konvertierung, bei der Gebäudeflächen als weiße Pixel und alle anderen Flächen (»Nicht-Gebäudeflächen«) als schwarze Pixel dargestellt werden (vgl. Abb. 3). Daraus ergibt sich ein binäres Bild, das als eine Art »Such-Schablone« für das Training des KI-Systems eingesetzt werden kann. Bei der Umwandlung der DFK-Vektordaten in ein Rasterdatenformat kommt es in Abhängigkeit der Pixelgröße des Zielmaßstabs naturgemäß zu treppenartigen Artefakten und einer Verringerung der Genauigkeit der Gebäudedarstellung. Man erhält den Gebäudegrundriss als Ganzes, so wie er sich visuell in den Bilddaten darstellt.

2.1.2 Aufbau einer Raster-Kachelstruktur

Der vorliegende Ansatz zum Aufbau der Gebäudegrundrisse im Rasterformat kann auf beliebige Zielmaßstäbe angewendet werden. Für eine landesweite Umsetzung der DFK-Gebäudegrundrisse in ein Rasterformat ist aus Performance-Gründen eine partitionierte Verarbeitung der Daten auf Basis einer geeignet definierten Kachelstruktur durchzuführen. Idealerweise sind die Raster-Kacheln anhand von geraden UTM-Koordinaten aufzubauen. Für die Satellitendaten wird von einer anzustrebenden Bodenauflösung von 4 m als Zielmaßstab ausgegangen. Da die weitere Verarbeitung der Rasterkacheln auf 2500 Pixel ausgelegt ist, haben die schwarz-weißen Rasterkacheln bei einer Bodenauflösung von 4 m eine Ausdehnung von 10 km in der Örtlichkeit. Bezogen auf die UTM-Koordinaten er-

gibt sich für die als Vektordaten gespeicherten DFK-Gebäudegrundrisse bei der Umsetzung in Rasterkacheln eine Schrittweite von 10 km. Dabei können an den Kachelgrenzen Gebäude abgeschnitten und einzelne Bestandteile des Gebäudegrundrisses auf mehrere Kacheln verteilt werden (vgl. Abb. 4).

2.1.3 Raster-Vektor-Konvertierung zur Ermittlung der aggregierten Gebäudegrundrisse im Zielmaßstab

Für die Berechnung der Gebäudeschwerpunkte ist sicherzustellen, dass für die vom Blattschnitt durchtrennten Gebäude jeweils nur ein Schwerpunkt berechnet wird. Daher müssen in einem dritten Schritt die auf mehrere Kacheln verteilten Gebäudeteile zu einem Gesamtpolygon aggregiert werden. Dabei werden die einzelnen Raster-Kacheln eingelesen und durch eine Raster-Vektor-Konvertierung aus den erkannten Gebäudeteilen Polygone erzeugt. Werden die Gebäudegrundrisse aus jeder Raster-Kachel einzeln in Vektordaten umgewandelt, so wird das Gebäudepolygon zwangsläufig am Kachelrand abgeschnitten, sodass der entsprechende Teil des Gebäudes sich nahtlos an den Kachelrand anschmiegt. Wie in Abb. 4 gezeigt, entstehen am Kachelrand getrennte Polygone, die aneinander anliegen, aber eigentlich einen gemeinsamen Gebäudegrundriss darstellen. Um diese Teil-Polygone zu einem Gesamtpolygon zu aggregieren, ist für jedes Polygon zu prüfen, ob das umhüllende Rechteck (Bounding-Box) einen oder mehrere Kachelränder berührt.

Alle Polygone, deren Bounding-Box keinen Kachelrand berührt, können direkt übernommen und in eine Datenbank gespeichert werden. Lediglich für diejenigen Polygone, deren Bounding-Box einen oder mehrere Kachelränder berühren, muss geprüft werden, ob ein anderes Polygon existiert, das unmittelbar an diesem Polygon anliegt.

Für die exakte Prüfung dieser Bedingung kommt hier das von Max J. Egenhofer entwickelte »Dimensionally Extended Nine-Intersection Model (DE-9IM)« zum Einsatz (OGC 2011), das Teil des internationalen Standards der Simple-Feature-Spezifikation des OGC ist. Damit kann anhand einer sogenannten Intersection-Matrix die exakte Bedingung geprüft werden, in welchem Verhältnis

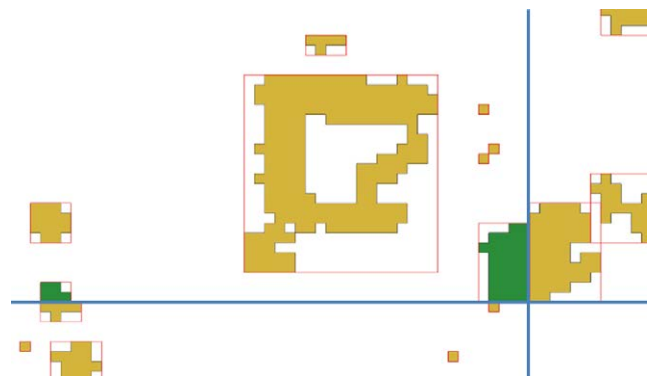


Abb. 4: Aufteilung von Teilen eines Gebäudegrundrisses auf mehrere Kacheln und Bounding-Box der einzelnen Teil-Polygone

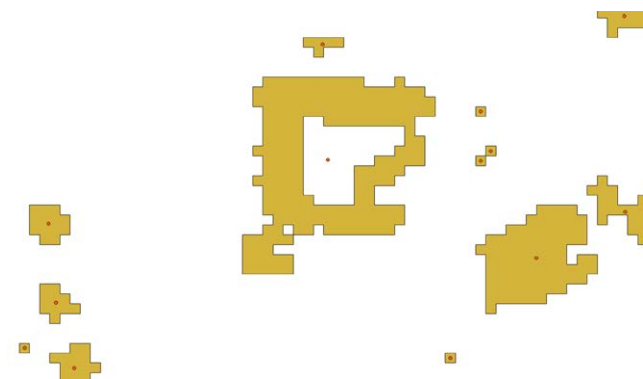


Abb. 5: Aggregierte Gebäudegrundrisse als Vektordaten (unabhängig von Grenzen der Rasterkacheln) und Gebäudemittelpunkte (Schwerpunkt der Fläche)

die (Teil-)Polygone zu einander stehen müssen (z.B. ineinander liegend, schneidend, berührend, ...). Die genaue Bedingung, wie Geometrie A zu Geometrie B liegt, wird durch neun Attribute gemäß DE-9IM zum Ausdruck gebracht. Im vorliegenden Fall müssen sich die Ränder der Polygone berühren. Somit muss hier die Intersection-Matrix mit einem bestimmten Wert (FF2F11212 (PostGIS)) erfüllt sein, damit die entsprechenden Polygone zu einem Polygon verschmolzen (aggregiert) werden. Nach erfolgter Prüfung kann über alle Kachelgrenzen hinweg ein neuer Vektordatensatz bestimmt werden, der auch die aggregierten Gebäudegrundrisse enthält (Abb. 5).

2.1.4 Berechnung der Gebäudeschwerpunkte aus der DFK als Soll-Werte für die Passpunkte

In einem abschließenden Schritt werden unter Berücksichtigung der aggregierten Gebäudegrundrisse und der Verwendung einer Datenbank für jeden Gebäudegrundriss (Gebäudepolygon) der DFK die Gebäudeschwerpunkte berechnet (siehe Abb. 5). Der Einsatz einer Datenbank dient zur eindeutigen Zugriffsregelung auf die gegenüber der DFK geänderten und zum Teil aggregierten Gebäudegeometrien. Die im Zielmaßstab aus der DFK neu abgeleiteten Gebäudegeometrien werden mit einer Bounding-Box »blattschnittlos« in der Datenbank gespeichert. Dies ermöglicht die eindeutige Berechnung der Gebäudeschwerpunkte.

Die Gebäudeschwerpunkte dienen als Soll-Werte für die Passpunkte. Die Ist-Werte der Passpunkte ergeben sich aus der Bestimmung der Gebäudeschwerpunkte anhand einer KI-basierten Gebäudeerkennung in den Satellitendaten. Ungenauigkeiten, die sich bei der Berechnung der Gebäudeschwerpunkte aus den in Süddeutschland häufig vorkommenden Dachüberständen gegenüber den in der DFK dokumentierten amtlichen Gebäudegrundrissen der DFK ergeben, sind insbesondere durch das Resampeln vernachlässigbar, da sich die Werte für die Gebäudeschwerpunkte, die mit oder ohne Dachüberstände berechnet werden, wohl kaum unterscheiden. Dies gilt insbesondere für symmetrische Dachüberstände.

2.2 KI-basierte Detektion von Gebäudeschwerpunkten in Fernerkundungsdaten als Ist-Werte für die Passpunkte aus den TrueDOP (Training und Inferenz)

Wenn keine georeferenzierten Satellitendaten zu Beginn vorliegen, muss das KI-System auf anderweitigen Daten trainiert werden. Im Rahmen dieses Simulators fließen für das Training des KI-basierten Gebäudedetektors die aus der DFK abgeleiteten Gebäudeumrisse als Rasterdaten im Zielmaßstab, die resampelten TrueDOP-Kacheln und das normalisierte Digitale Oberflächenmodell (nDOM) ein. Das nDOM beschreibt die relative Höhe von Objekten über der Geländeoberfläche. Es ist das Differenzmodell aus dem Digitalen Geländemodell (DGM) und dem bildbasierten Digitalen Oberflächenmodell (bDOM). Die 2500 Pixel großen TrueDOP-Kacheln werden mittels eines Resampling-Algorithmus höherer Ordnung (bi-kubisch) resampelt, der gegenüber anderen Methoden wie »Nearest Neighbour« bessere Ergebnisse liefert. Jeder dieser Datensätze wird, nach Farbkanälen getrennt, dem System als Pixelmatrix übergeben und in eine Struktur sich in Längsrichtung um 124 Pixel überlappender kleiner Kacheln der Größe von 254 Pixel – den sogenannten »Patches« – überführt.

Für den Landkreis Ansbach ergeben sich im resampelten Zielmaßstab von 4 m Bodenauflösung 119.661 DFK-



Abb. 6: Im Zielmaßstab als Sollwerte resampelte Gebäudegrundrisse der DFK mit ihren jeweiligen Gebäudeschwerpunkten in Grün (oben) und der KI-Ergebnisse in den resampelten TrueDOP-Kacheln in Rot (unten)

Gebäudegrundrisse (bzw. Schwerpunkte), während durch die Inferenz auf die resampelten TrueDOP-Kacheln nur 63.852 Gebäude erkannt wurden. Mittels KI sind folglich nur die Hälfte der auf 4 m Bodenauflösung resampelten DFK-Gebäude erkannt worden. Die gesamten DFK-Gebäudeflächen betragen 28.758.672 m² und die der KI-Gebäudeflächen insgesamt 24.627.488 m². Bezogen auf die resultierenden Gebäudeflächen sind es 85,6 % der DFK-Gebäudeflächen, die erkannt wurden.

Ein vergleichender Blick auf Abb. 6 veranschaulicht die geringe Gebäudeerkennung im TrueDOP: Die Gebäude sind durch die Inferenz vielfach miteinander verschmolzen, sodass resampelte DFK-Gebäude, die eng aneinander liegen, mittels des KI-Gebäudedetektors im TrueDOP oft gemeinsam als ein Gebäude erkannt werden. Es gibt aber auch Fälle, in denen komplexe Gebäude bei der Inferenz nicht als einzelnes Gebäude identifiziert werden, sondern als zwei oder mehrere getrennte Gebäude – beispielsweise das zentrale Gebäude in der Bildmitte von Abb. 6.

3 Verfahrensentwicklung zur Passpunktbestimmung

Der überwiegende Anteil an CubeSats verfügt über CCD-Flächensensoren, die dementsprechend Bilder in Zentralprojektion liefern. Wie im vorliegenden Forschungsprojekt genutzt, stehen jedoch inzwischen auch CMOS-Sensoren zur Verfügung, die in Zeilenkonfiguration eine Parallelprojektion in Flugrichtung sowie eine Zentralperspektive senkrecht dazu aufweisen.

Die Breite des Scans ist abhängig von der Flughöhe des Satelliten, der Kammerkonstante sowie dem Öffnungswinkel der Kameraoptik. Beispielhaft ergibt sich für niedrige Erdorbits bei optimaler Ausnutzung des nach CubeSat-Standard zur Verfügung stehenden Platzes und möglichst geringer Bodenpixelgröße eine Streifenbreite von 15 bis 20 km. Die resultierende Szene erreicht für realistische Orbits über Bayern in annähernd Süd-Nord-Richtung eine Länge von ca. 350 km. Unter der Maßgabe, dass der Satellit über einen GNSS-Empfänger verfügt, können im Postprocessing durch Interpolation der GNSS-Spur die GNSS-Koordinaten der auf die Pixelmitte bezogenen Mittelpunkt für jeden Scan der Szene bestimmt werden. Die im WGS84-Koordinatensystem dreidimensional gemessenen, geozentrischen GNSS-Koordinaten lassen sich in gewohnter Weise in das zweidimensionale UTM-Koordinatensystem der DFK transformieren und die jeweiligen Drehwinkel und die Translationen der Scans oder der gesamten Szene gegenüber den in UTM gespeicherten DFK-Daten, entsprechend der Positionierungsgenauigkeit des GNSS-Empfängers, näherungsweise bestimmen. Da die Lagegenauigkeit der DFK-Daten wesentlich höher ist als ihre Höhengengenauigkeit und somit im 3D-Fall die resultierende Genauigkeit des Systems sinkt, wird in diesem Verfahren der 2D-Fall weitergeführt. Für Simulationen sind

folglich ohne Einschränkung der Allgemeinheit Untersuchungen auf achsparallelen Datensätzen (wie der DFK und dem TrueDOP) zulässig. Zudem ermöglicht die genäherte Positionierung des Scans über Grund, den Suchraum des zugehörigen relevanten DFK-Datensatzes zur Optimierung der weiteren Datenprozessierung hinreichend gut einzuschränken.

Innerhalb einer Szene gibt es vier Fehlereinflüsse mit geringer Auswirkung auf die Satelliten: Versatz durch Erdrotation sowie Neigung, Kippung und Drehung. Damit ändert sich bei Zeilenkameras die äußere Orientierung für jeden Scan. Dies hat auch Auswirkungen auf die Lagebeziehungen der mittels KI detektierten Gebäudeschwerpunkte in den Satellitenbildern. Sie haben geringe Veränderungen der nachbarschaftlichen Abstände gegenüber den aus der DFK abgeleiteten Abständen der Gebäudeschwerpunkte zur Folge. Daher ist in der gesamten Szene von einer affinen Abbildung der DFK- auf die KI-Gebäudeschwerpunkte auszugehen. Diese affine Abbildung wird jedoch keinen Einfluss auf die Topologie haben, denn die Nachbarschaft der KI-Gebäudeschwerpunkte bleibt in den Satellitenbildern gegenüber den DFK-Gebäudeschwerpunkten unverändert.

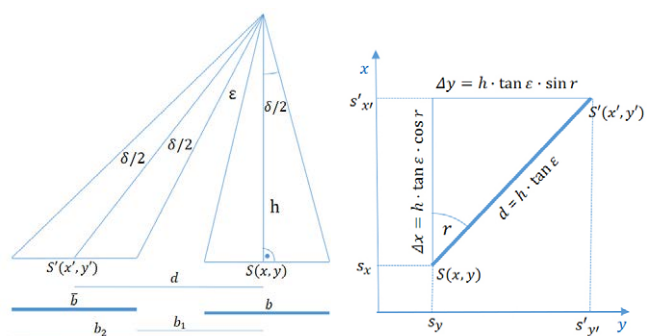


Abb. 7: Schemaskizze zum Maßstabsfaktor m_0 und der Verschiebung des Satellitenzentrums in der Ebene

Allerdings gilt es, Schrägsichten des Satelliten zu berücksichtigen, die einen unmittelbaren Einfluss auf den Maßstab zwischen den DFK- und KI-Daten haben. Aus der Position des Satelliten und seiner Orientierungswinkel (ω , ϕ , κ) im Raum kann die Lage des Satelliten und der Elevationswinkel ϵ (der die Abweichung der Aufnahmerichtung des Satelliten von der Nadir-Richtung beschreibt) in bekannter Weise eindeutig bestimmt werden. Aus dem Elevationswinkel ϵ und dem Öffnungswinkel δ der Satellitenkamera (vgl. Abb. 7) ergibt sich der Maßstabsfaktor m_0 zu:

$$m_0 = \frac{b}{b_2 - b_1} = \frac{2 \tan\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\tan\left(\epsilon + \frac{\delta}{2}\right) - \tan\left(\epsilon - \frac{\delta}{2}\right)}, \quad (1)$$

der das Längenverhältnis der DFK proportional zu den Satellitendaten ausdrückt. Ferner kann die ebene Rotation r der Satellitenszene zum amtlichen Koordinatensystem

bestimmt werden (vgl. Abb. 7) sowie die aus der Schrägaufnahme resultierende Translation d zwischen dem DFK- $S(x, y)$ und KI-Datensatz $S'(x', y')$.

Wird sowohl für die DFK- als auch für die KI-Gebäudeschwerpunkte eine Delaunay-Triangulation durchgeführt, lassen sich ähnliche Dreiecke über den Quotienten der Dreiecksflächen berechnen (Schikin 1994, Roschlaub 1999). Unter der Voraussetzung, dass die Topologie der Gebäudeschwerpunkte unabhängig von der Erfassungsquelle (DFK oder Satellitenbild) unverändert bleibt, ist auch eine, bei einer affin angenommenen Abbildung einfache, auf dem gewöhnlichen euklidischen Abstand beru-

hende Delaunay-Triangulation möglich. In Python stehen hierzu umfangreiche Bibliotheken bereit, wie das Python-Modul `scipy.spatial.Delaunay` (Virtanen et al. 2020). Streng genommen müssen bei affinen Transformationen affin-invariante Delaunay-Triangulationen berechnet werden, die auf einer affin-invarianten Metrik (Abstandsdefinition) beruhen (Roschlaub 1999). Eine derartige Triangulation ist jedoch in den Python-Bibliotheken derzeit nicht verfügbar.

Eine Überlagerung der Delaunay-Triangulationen von DFK-Gebäudeschwerpunkten mit den KI-Gebäudeschwerpunkten zeigt sowohl im städtischen als auch im ländlichen Bereich größere Abweichungen (vgl. Abb. 8)

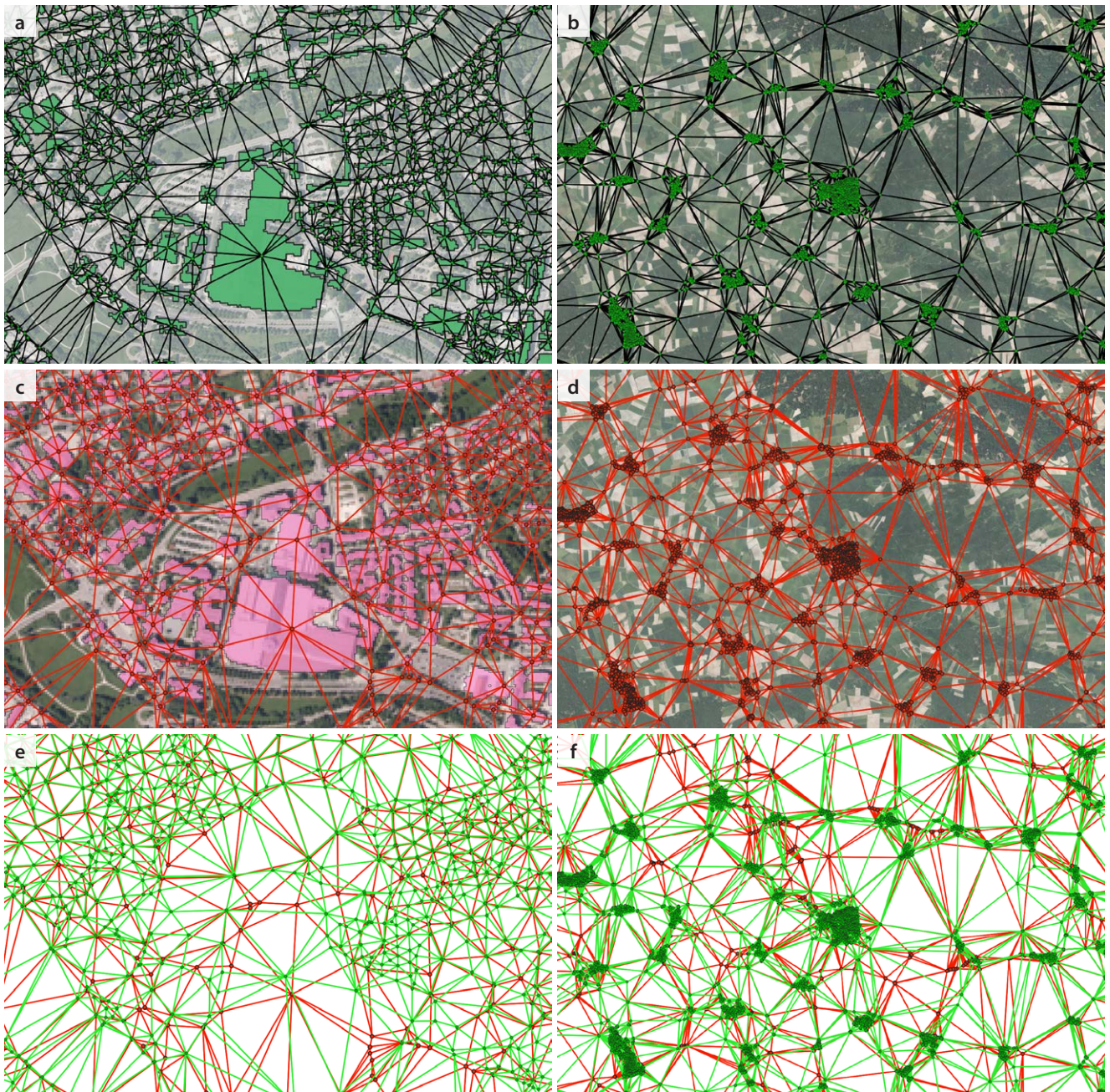


Abb. 8: Delaunay-Triangulation in einem städtischen Bereich von Ansbach aus den DFK-Gebäudeschwerpunkten a) auf der Grundlage der auf 4 m Bodenaufösung resampelten TrueDOP-Kacheln und c) der KI-Gebäudeschwerpunkte. Die Abbildungen b) und d) zeigen einen ländlichen Bereich. Die Abbildungen e) und f) zeigen die zugehörigen überlagerten Delaunay-Triangulationen im städtischen und im ländlichen Bereich.

und weist auf eine unzureichende Übereinstimmung hin, die nicht geeignet ist, um eine robuste Zuordnung ähnlicher Dreiecke bestimmen zu können. Ursächlich für die Abweichungen sind die bei der Inferenz entstehenden Verschmelzungen der detektierten Gebäude, was zu einer veränderten topologischen Nachbarschaft mit einer veränderten Triangulation gegenüber der DFK führt. Diese unzureichende Übereinstimmung der Triangulationen erfordert eine höhere Aggregation der Gebäudeschwerpunkte im jeweiligen Datensatz der DFK bzw. des TrueDOP. Die Aggregation der Gebäudeschwerpunkte dient der Identifizierung von Clustern, um anschließend lediglich die Cluster-Mittelpunkte zu triangulieren. Dies zeigt sich im ländlichen Bereich sehr anschaulich (vgl. Abb. 8d). Die niedrige Siedlungsdichte in vereinzelt Gebieten Bayerns könnte zwar zu Problemen führen, jedoch ist eine ausreichende Menge an Siedlungsschwerpunkten aufgrund der Länge der Szene gegeben. Da im Aufnahmemodus des Satelliten keine abrupten Lage- oder Orientierungsänderungen wäh-

rend eines Überflugs (<1 Minute) zu erwarten sind, wird das Verfahren für Aufnahmen über Bayern als robust angenommen.

Nachfolgend wird eine Verfahrenslösung zur eindeutigen Passpunktzuordnung über aggregierte Siedlungsschwerpunkte im resampelten DFK- und KI-Datensatz sowie zur Berechnung der Transformationsparameter beschrieben. Durch die Bildung von Siedlungsklustern ist die Bestimmung der 4-parametrischen Ähnlichkeitstransformation ausreichend.

3.1 Aggregation von Siedlungen für topologisch stabile Triangulationen

Eine stärkere Clusterung der Gebäudeschwerpunkte in beiden Datensätzen könnte durch ein Resampeln in einer niedrigeren Auflösung erzielt werden – beispielsweise in einer Rasterweite von 40 m, 400 m oder sogar 1000 m.

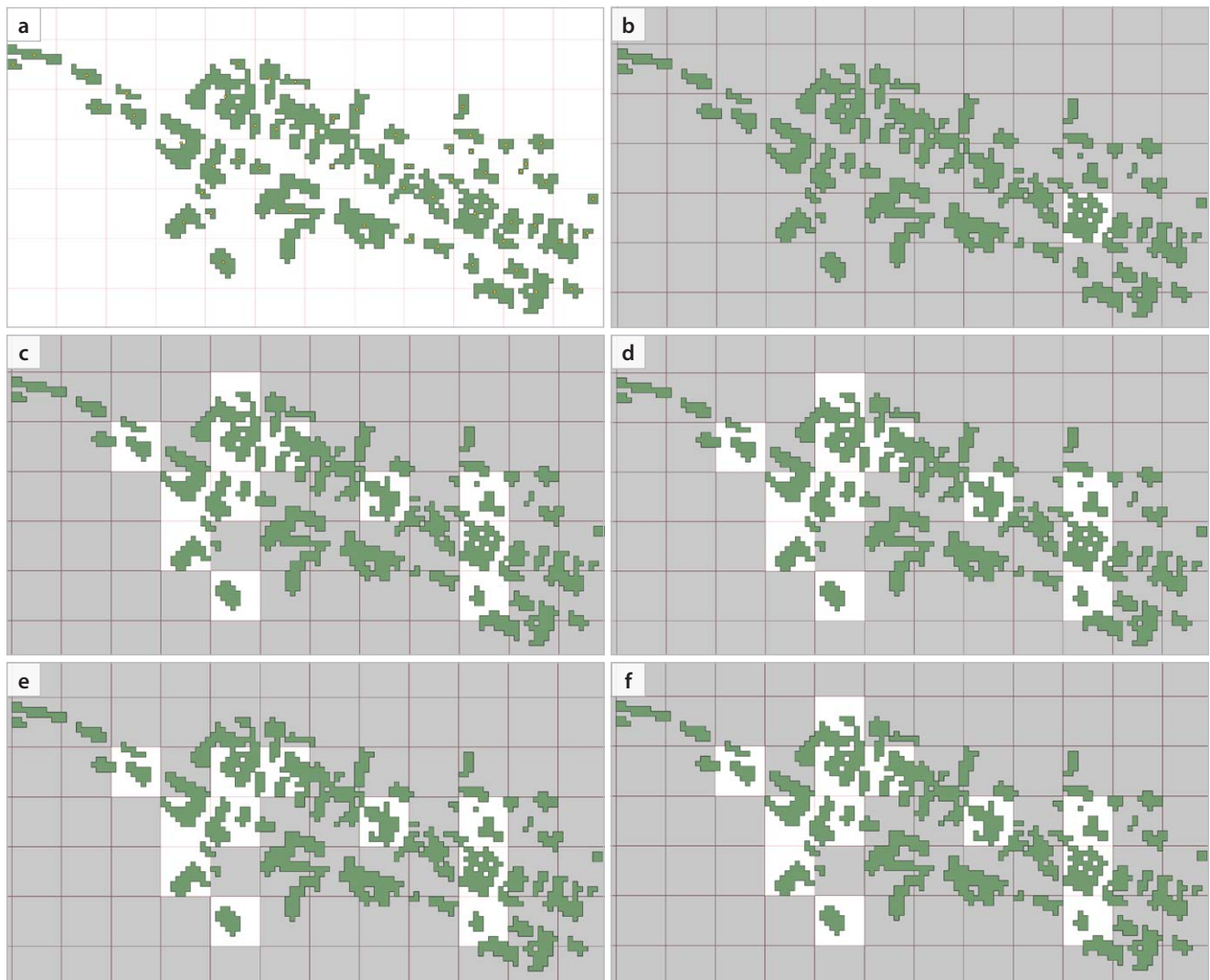


Abb. 9: a) Wirkungsweise verschiedener in Python implementierter Resample-Algorithmen ausgehend von den DFK-Gebäuden in 4 m Bodenauflösung (grün) mit ihren Gebäudeschwerpunkten für 40 m große Rasterzellen: b) Average, c) Cubisch, d) Cubisch-Spline, e) Gauss, f) Nearest-Neighbour. Viele Gebäude werden nach dem Resampeln nicht zu einer neuen Rasterzelle zusammengefasst.

Um eine stärkere Clusterung der Gebäudeschwerpunkte in beiden Datensätzen herbeizuführen, wurden auf den 4 m Datensätzen der DFK- und der KI-Gebäude verschiedene, in Python implementierte Resample-Algorithmen angewandt wie Average oder Cubisch, Cubisch-Spline, Gauss und Nearest-Neighbour (vgl. Abb. 9). Diese führen jedoch nicht zu einer ausreichenden Clusterung der Siedlungsgebiete, was aber eine Voraussetzung für ähnliche Triangulationen darstellt.

Nachdem die bekannten Resample-Algorithmen zur Problemlösung keinen signifikanten Beitrag leisten, wurde zur Clusterung ein schwellenbasierter Algorithmus gewählt:

- Im ersten Schritt erfolgt die systematische Berechnung des Grads der Überdeckung für jede Rasterzelle durch Verschneidung mit den Gebäudeflächen (vgl. Abb. 10a). Rasterzellen können ggf. nur von Gebäude-Teilflächen überdeckt werden (vgl. Abb. 10b), da benachbarte Gebäude durch die Darstellung in 4 m Bodenauflösung als zusammenhängende (fusionierte) Gebäude mit einem gemeinsamen Gebäudeschwerpunkt dargestellt werden und je nach Wahl der Zellengröße nicht in die zu bewertende Rasterzelle fallen müssen. Anschließend erfolgt die Bestimmung der Anzahl der vollständig eingeschlossenen und der angeschnittenen Gebäudeschwerpunkte je Zelle.
- Eine Zelle wird markiert (rosa dargestellt), wenn der Schwellenwert für den Überdeckungsgrad von den Gebäudeflächen überschritten wird (vgl. Abb. 10c). Dieser Schwellenwert beträgt beispielsweise für Zellen der Größe von 40 m² in den Siedlungsbereichen von Bayern 19,82 % und berechnet sich wie folgt: Bayern hat eine Fläche von 70.550 km², von der 5600 km² Siedlungs- und Gewerbeflächen darstellen. Zusätzlich sind für Bayern 9,55 Mio. Gebäude amtlich dokumentiert, die insgesamt eine Gebäudegrundrissfläche von 1110 km² haben. Unabhängig von der gewählten Zellengröße ergibt sich für den Grad der Überdeckung ein Schwellenwert von 19,82 % (= 100 % · 1110 km² / 5600 km²) mit Gebäudeflächen. Für größere Zellen, etwa von 400 m² oder 1000 m², enthalten die Zellen jedoch neben Siedlungsflächen vielfach auch Acker-, Grünland- oder Waldflächen, sodass der Flächen-Schwellenwert herabgesetzt werden muss. Für Bayern ergibt sich für große Zellen aus der ATKIS-Siedlungsfläche proportional zur bayerischen Landesfläche ein Wert von 7,9 %.
- Da im KI-Datensatz nur halb so viele Gebäude erkannt wurden wie im DFK-Datensatz, sind für den KI-Datensatz nicht dieselben Schwellenwerte anzusetzen. Vielmehr ist das in Abschnitt 2 für den Landkreis Ansbach ermittelte Flächenverhältnis von 85,6 % der KI- zu den DFK-Gebäudeflächen zu berücksichtigen, sodass für kleine Zellen des KI-Datensatzes im Siedlungsbereich 16,97 % und 6,76 % im ländlichen Bereich zu kalkulieren sind.
- Ein signifikanter Schwellenwert für die Anzahl an Gebäudeschwerpunkten innerhalb einer Zelle kann nicht

festgelegt werden. Zur Berechnung des Schwellenwertes ist wegen der durch die Vektor-Raster-Konvertierung verursachten Verschmelzung benachbarter DFK-Gebäude (vgl. Abb. 2) von einer geringeren Anzahl an Gebäuden auszugehen. Anstelle von 9,55 Mio. DFK-Gebäuden im Vektorformat sind es bayernweit 5,2 Mio. DFK-Gebäude im Rasterformat. Damit ergibt sich beispielsweise für eine 40 m² große Rasterzelle im Siedlungsbereich im DFK-Rasterformat eine Mindestanzahl von 0,037 (40 m² · 5,2 Mio. Gebäude / 5600 km²) Gebäudeschwerpunkten. Für eine 400 m² große Rasterzelle liegt der Schwellenwert um den Faktor 10 höher.

- Durch Fusionierung aller markierten Zellen ist eine zusammenhängende Rasterfläche zu bestimmen. Die Summe aller markierten und benachbarten Zellen repräsentiert das resampelte Raster bzw. die aggregierte Siedlung (vgl. Abb. 10d). Die algorithmische Umsetzung erfolgt ausgehend von einer beliebigen, vorher markierten Zelle (vgl. Abb. 10e), für die in den benachbarten acht Zellen die bereits markierten Zellen ermittelt werden (vgl. Abb. 10f). Jede benachbarte und markierte Zelle dient als Ausgangspunkt für eine rekursive Suche in deren acht benachbarten Zellen. Das wird rekursiv so lange durchgeführt, bis keine weiteren Zellen mehr in der unmittelbaren Umgebung gefunden werden. Das Flächenpolygon wird aus der Summe (Cluster) aller als zusammenhängend identifizierten Zellen berechnet und repräsentiert eine Siedlung.
- Um neue Siedlungs-Mittelpunkte für die zu aggregierenden Gebäude zu bestimmen, werden nach dem Resampeln benachbarte Rasterzellen durch die bereits beschriebene Raster-Vektor-Konvertierung als zusammenhängende Vektorfläche konvertiert (vgl. Abb. 10g). Anschließend werden alle DFK-Gebäudeschwerpunkte der Bodenauflösung von 4 m, die in diese vektorisierte Rasterfläche fallen, je Rasterfläche arithmetisch gemittelt. Das Ergebnis sind Flächen-Mittelpunkte von aggregierten und benachbarten Rasterzellen (vgl. Abb. 10h), für die zugleich individuelle Varianzen anhand der verwendeten Gebäude-Schwerpunkte je Fläche bestimmt werden können.
- Zur Vermeidung von Rauscheffekten werden bei einer Aggregation auf 40 m Rasterflächen gelöscht, die kleiner als vier Zellengrößen sind, um die Detektion von Siedlungs-Mittelpunkten zu verstärken. Für die Aggregationsebenen 400 m und 1000 m entfällt dieser Schritt.

Für den KI-Datensatz ist zur Ermittlung der Siedlungs-Mittelpunkte in gleicher Weise vorzugehen (vgl. Abb. 10i und Abb. 10j).

Die Siedlungs-Mittelpunkte sind abschließend neu zu triangulieren. Die Ergebnisse der für den aggregierten DFK- und den KI-Datensatz abgeleiteten Triangulationen sind als Überlagerungen in Abb. 11 für Aggregationen auf 40 m, 400 m und 1000 m dargestellt. Gegenüber den in Abb. 9c und Abb. 9f erzielten Triangulationen, die sich auf

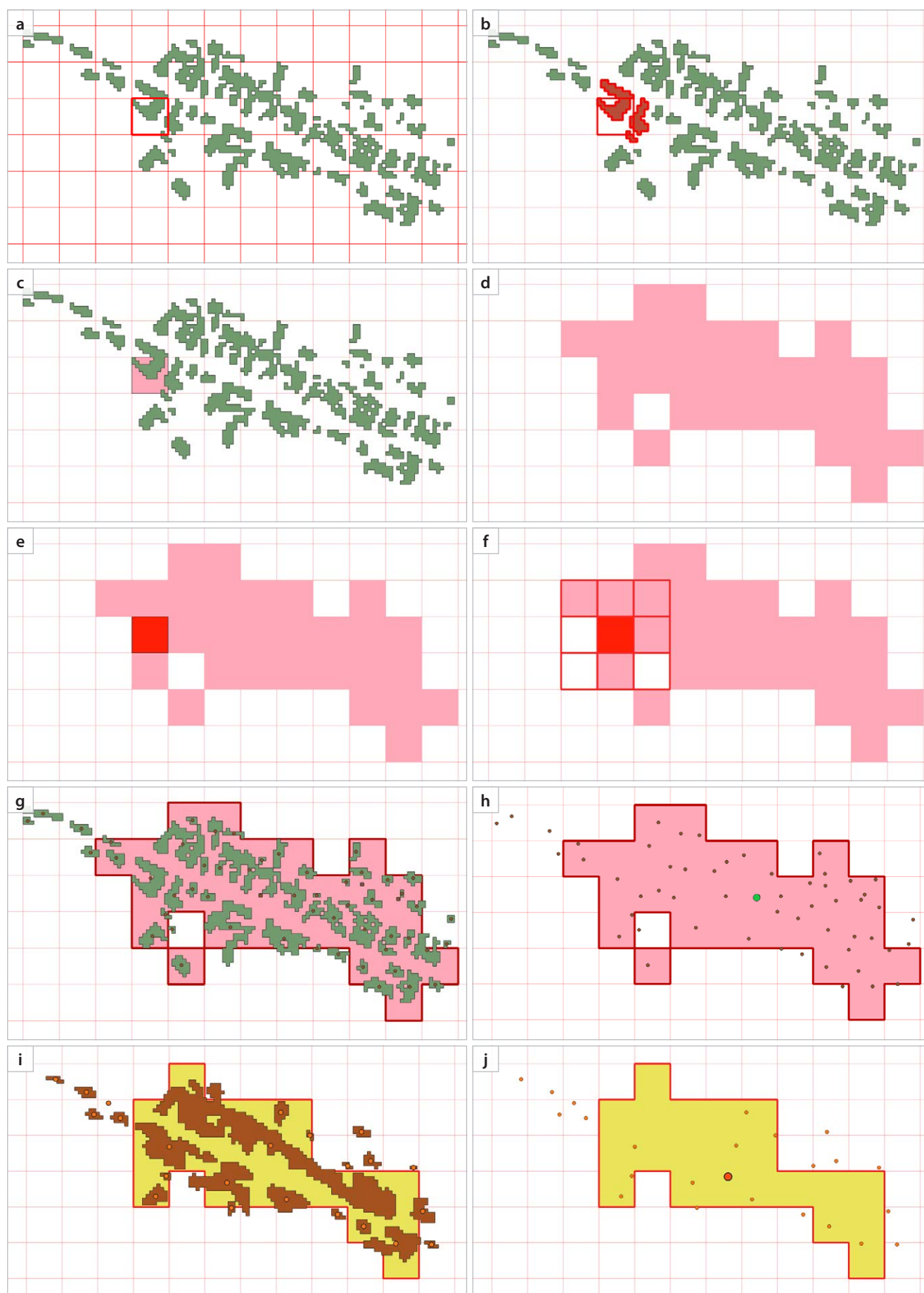


Abb. 10: Aggregation von Gebäudeschwerpunkten zu einem Siedlungs-Mittelpunkt der resampelten DFK-Daten (vgl. a) bis h)) und eines Siedlungs-Mittelpunktes für die KI-Daten (vgl. i) und j))

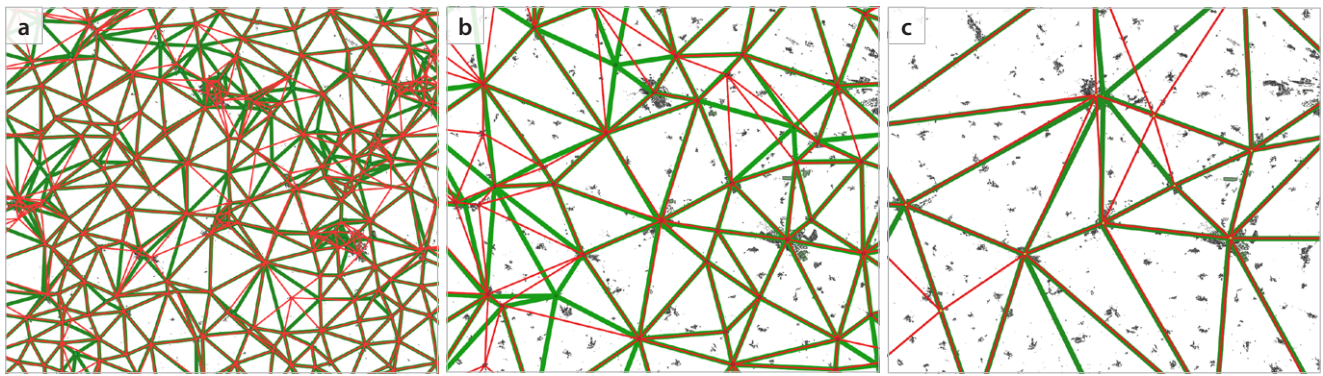
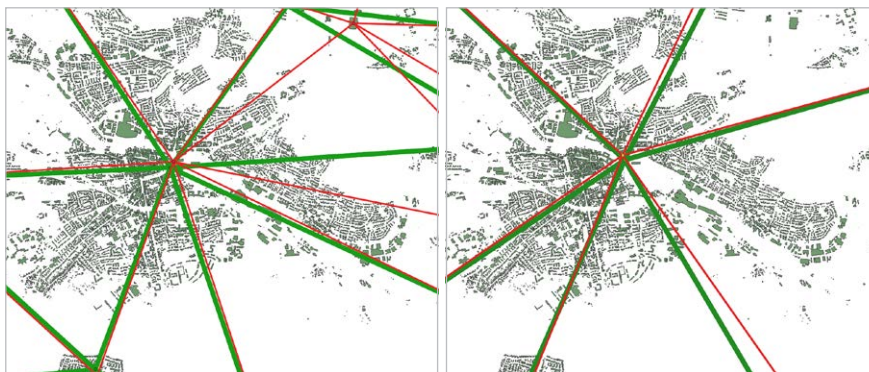


Abb. 11: Ergebnisse der triangulierten Siedlungsmittelpunkte bezogen auf eine Aggregation von 40 m, 400 m und 1000 m

Abb. 12:
Triangulierter Siedlungs-Mittelpunkt
von Ansbach bezogen auf eine
Aggregation von 400 m (links) und
1000 m (rechts)

eine Bodenauflösung von 4 m beziehen, ergeben sich mit den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten deutlich weniger Triangulationen, wie Abb. 11 zeigt. Die Topologie der Triangulation ist bereits bei einer Aggregation von 400 m deutlich stabilisiert. Tab. 2 zeigt beispielhaft für den Landkreis Ansbach, dass die aus der Anzahl der Dreieckstriangulationen in beiden Datensätzen berechnete Differenz mit höherer Aggregation von 494 auf 3 deutlich zurückgeht. Diese Stabilisierung zeigt sich auch für städtische Gebiete wie in der Stadt Ansbach (vgl. Abb. 12).

Tab. 1: Anzahl an Siedlungs-Mittelpunkten in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz
40 m	1392	1145
400 m	251	247
1000 m	31	31

Tab. 2: Rückgang der Anzahl differierender Dreiecke in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz	Anzahl differierender Dreiecke
40 m	2764	2270	494
400 m	486	479	7
1000 m	50	53	-3

3.2 Restriktion auf vergleichbare Dreiecke

Zunächst werden aus den berechneten DFK- und KI-Triangulationen eindeutige Konvexkombinationen aus den Flächenverhältnissen der Eckpunkte zur gesamten Dreiecksfläche gesucht, für die gilt:

$$(\alpha_{i1} + \alpha_{i2} + \alpha_{i3}) = 1 \quad \text{mit} \quad (\alpha_{i1} \neq \alpha_{i2} \neq \alpha_{i3}) \quad \text{und}$$

$$(\beta_{j1} + \beta_{j2} + \beta_{j3}) = 1 \quad \text{mit} \quad (\beta_{j1} \neq \beta_{j2} \neq \beta_{j3}).$$

In jedem Datensatz ergeben sich die Flächenanteile $(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3})$ bzw. $(\beta_{j1}, \beta_{j2}, \beta_{j3})$ für jedes Dreieck aus dem Mittelpunkt des Innenkreises und den Verbindungslinien zu den Seitenhalbierenden proportional zur jeweiligen Dreiecksfläche F_i der DFK- bzw. f_j der KI-Fläche (vgl. Abb. 13). Mit Ausnahme von gleichschenkligen oder gleichseitigen Dreiecken lassen sich die ermittelten Flächenanteile wegen $(\alpha_{i1} \neq \alpha_{i2} \neq \alpha_{i3})$ und $(\beta_{j1} \neq \beta_{j2} \neq \beta_{j3})$ eindeutig nach ihrer Größe $\bar{\alpha}_{i1} > \bar{\alpha}_{i2} > \bar{\alpha}_{i3}$ und $\bar{\beta}_{j1} > \bar{\beta}_{j2} > \bar{\beta}_{j3}$ sortieren und folgende drei Zweiermengen $\mathcal{D}_{ij}$ für jedes Dreieckspaar bilden:

$$\mathcal{D}_{ij} = \left\{ \bar{\alpha}_{i1} > \bar{\alpha}_{i2} > \bar{\alpha}_{i3}, \quad \bar{\beta}_{j1} > \bar{\beta}_{j2} > \bar{\beta}_{j3} : \right. \\ \left. \{P_{i1}, P_{j1}\}, \{P_{i2}, P_{j2}\}, \{P_{i3}, P_{j3}\} \right\}. \quad (2)$$

Am Beispiel der Abb. 13 entspricht $\mathcal{D}_{ij}$ für das dargestellte grüne und rote Dreieckspaar:

$$\mathcal{D}_{ij} = \left\{ \{P_{i2}, P_{j1}\}, \{P_{i3}, P_{j3}\}, \{P_{i1}, P_{j2}\} \right\}.$$

Tab. 3: Rückgang der Anzahl verbleibender Dreiecke je Datensatz in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	Rückgang	KI-Datensatz	Rückgang
40 m	2722	42	2233	37
400 m	475	11	466	13
1000 m	48	2	53	0

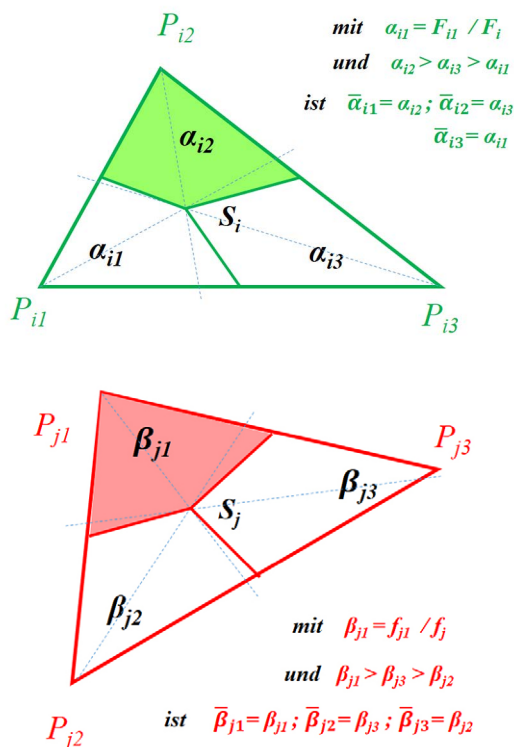


Abb. 13: Ermittlung der Flächenverhältnisse in den Eckpunkten der Dreiecke im DFK- (grün) und KI-Datensatz (rot)

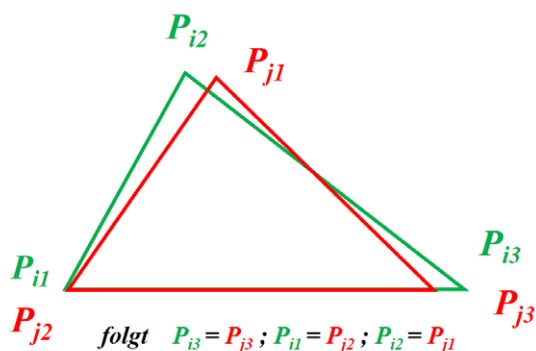


Abb. 14: Zuordnung der Dreieckseckpunkte als Passpunkte im aggregierten DFK- (grün) und KI-Datensatz (rot)



Abb. 15: Beispiel von gelöschten gleichseitigen oder gleichschenkligen Dreiecken im KI-Datensatz bezogen auf die aggregierten Siedlungsschwerpunkte 400 m (orange Flächen)

Gleichschenklige oder gleichseitige Dreiecke, für die sich keine eindeutige Konvexkombination ermitteln lassen, bleiben bei den weiteren Untersuchungen unberücksichtigt. In Tab. 3 ist für die unterschiedlichen Aggregationsstufen die Anzahl der gelöschten Dreiecke aufgeführt.

3.3 Identifizierung kongruenter Dreiecke

Eine Prüfung einer möglichen Überbestimmung von Dreieckspaaren ergibt sich durch die Berechnung des Flächenquotienten q , der für zwei affin transformierte Flächen der Determinante der Transformationsmatrix (T -Matrix) entspricht und bei ein und derselben Affintransformation:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_5 \\ t_6 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + t \quad (3)$$

über alle identischen Flächen (hier: Dreieckspaare) konstant ist (Schikin 1994, Roschlaub 1999):

$$q = \text{Det } T = t_1 t_4 - t_2 t_3. \quad (4)$$

Bei einer Ähnlichkeitstransformation gilt:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & t_2 \\ -t_2 & t_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} \quad (5)$$

und

$$q = t_1^2 + t_2^2. \quad (6)$$

3.3.1 Bildung messbarer Flächen- und Streckenquotienten

Aus den Ergebnissen der Delaunay-Triangulationen im DFK- und KI-Datensatz ergeben sich aus den Dreieckspaaren, wie im Abschnitt 3.2 in (2) gezeigt, folgende drei Zweiermengen $\mathcal{D}_{ij}$ an Passpunkten:

$$\mathcal{D}_{ij} = \{\bar{\alpha}_{i1} > \bar{\alpha}_{i2} > \bar{\alpha}_{i3}, \bar{\beta}_{j1} > \bar{\beta}_{j2} > \bar{\beta}_{j3} : \{P_{i1}, P_{j1}\}, \{P_{i2}, P_{j2}\}, \{P_{i3}, P_{j3}\}\}.$$

mit

$$P_{ij1} = \{P_{i1}, P_{j1}\} = \{(X_{i1}, Y_{i1}), (x_{j1}, y_{j1})\}$$

und entsprechenden P_{ij2} und P_{ij3} . Dabei bezeichnen $X_b Y_i$ die Koordinaten im DFK- und $x_p y_j$ im KI-Datenbestand.

Aus den Ergebnissen der Delaunay-Triangulationen im DFK- und KI-Datensatz ergeben sich aus den Dreieckspaaren für die n aggregierten DFK-Dreiecksflächen F_i mit $i = 1, \dots, n$ und den m KI-Dreiecksflächen f_j mit $j = 1, \dots, m$ maximal $(n \cdot m)$ Zuordnungsmöglichkeiten (Permutationen) für den Flächenquotienten:

$$q_{ij} = \left(\frac{F_i}{f_j} \right). \quad (7)$$

Ebenso ergeben sich mit den nach ihrer Größe sortierten Dreiecksteilflächen $\bar{\alpha}_{i1} > \bar{\alpha}_{i2} > \bar{\alpha}_{i3}$ bzw. $\bar{\beta}_{j1} > \bar{\beta}_{j2} > \bar{\beta}_{j3}$ folgende Flächenquotienten:

$$q_{ij} = \left(\frac{\bar{\alpha}_{i1} F_i}{\bar{\beta}_{j1} f_j} \right) = \left(\frac{\bar{\alpha}_{i2} F_i}{\bar{\beta}_{j2} f_j} \right) = \left(\frac{\bar{\alpha}_{i3} F_i}{\bar{\beta}_{j3} f_j} \right). \quad (8)$$

Nach einem der *Kongruenzsätze für Dreiecke* gelten Dreiecke als kongruent, wenn sie in den drei Seiten übereinstimmen. Beschränkt auf Ähnlichkeitstransformationen gelten für die Verhältnisse der aus den Delaunay-Triangulationen abgeleiteten i -ten DFK-Seitenlängen (S_{i1}, S_{i2}, S_{i3}) und den j -ten KI-Seitenlängen (s_{j1}, s_{j2}, s_{j3}) für identische Dreiecke mit $S_{i1} \geq S_{i2} \geq S_{i3}$ und $s_{j1} \geq s_{j2} \geq s_{j3}$:

$$q_{ij} = \left(\frac{S_{i1}}{s_{j1}} \right)^2 = \left(\frac{S_{i2}}{s_{j2}} \right)^2 = \left(\frac{S_{i3}}{s_{j3}} \right)^2. \quad (9)$$

3.3.2 Aufstellung des linearisierten funktionalen Modells

Für die Identifizierung von ähnlichen Dreieckspaaren ist das Transformationsmodell der Ähnlichkeitstransformation mit vier Transformationsparametern ausreichend. Aus (5) und durch Einsetzen von (7) bis (9) in die Bedingungsgleichung (6) ergibt sich das funktionale Modell.

Zur Vermeidung numerischer Schwierigkeiten werden die Quotienten umgestellt und die KI-Koordinaten auf ihren Dreiecksschwerpunkt

$$x_m = \frac{(x_{j1} + x_{j2} + x_{j3})}{3}, \quad y_m = \frac{(y_{j1} + y_{j2} + y_{j3})}{3}$$

bezogen. Beispielsweise gilt für den ersten Dreieckspunkt: $\bar{x}_{j1} = x_{j1} - x_m$, $\bar{y}_{j1} = y_{j1} - y_m$. Zusätzlich werden sämtliche Strecken durch die Konstante

$$c = \frac{(s_{j1} + s_{j2} + s_{j3})}{3}$$

und sämtliche Flächen durch c^2 dividiert, sodass beispielsweise gilt:

$$\bar{S}_{i1} = \frac{S_{i1}}{c} \text{ bzw. } \bar{s}_{j1} = \frac{s_{j1}}{c} \text{ und } \bar{F}_i = \frac{F_i}{c^2} \text{ bzw. } \bar{f}_j = \frac{f_j}{c^2}.$$

Das funktionale Modell lautet damit:

$$\begin{aligned} g_1: & X_{i1} - t_1 \bar{x}_{j1} - t_2 \bar{y}_{j1} - t_3 = 0 \\ g_2: & Y_{i1} + t_2 \bar{x}_{j1} - t_1 \bar{y}_{j1} - t_4 = 0 \\ & \vdots \\ g_5: & X_{i3} - t_1 \bar{x}_{j3} - t_2 \bar{y}_{j3} - t_3 = 0 \\ g_6: & Y_{i3} + t_2 \bar{x}_{j3} - t_1 \bar{y}_{j3} - t_4 = 0 \\ g_7: & \bar{S}_{i1}^2 - \bar{s}_{j1}^2 (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_8: & \bar{S}_{i2}^2 - \bar{s}_{j2}^2 (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_9: & \bar{S}_{i3}^2 - \bar{s}_{j3}^2 (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_{10}: & \bar{F}_i - \bar{f}_j (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_{11}: & \bar{\alpha}_{i1} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j1} \bar{f}_j (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_{12}: & \bar{\alpha}_{i2} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j2} \bar{f}_j (t_1^2 + t_2^2) = 0 \\ g_{13}: & \bar{\alpha}_{i3} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j3} \bar{f}_j (t_1^2 + t_2^2) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Die 30 Unbekannten in diesem Gleichungssystem sind die theoretischen Mittelwerte (Erwartungsvektoren) $\tilde{L}$ und $\tilde{X}$. Dabei bezeichnet $\tilde{L} = E\{I\}$ den Erwartungsvektor der Zufallsvariablen I mit:

$$\begin{aligned} I_{ij} = & (X_{i1}, Y_{i1}, \bar{x}_{j1}, \bar{y}_{j1}, \dots, X_{i3}, Y_{i3}, \bar{x}_{j3}, \bar{y}_{j3}, \bar{S}_{i1}, \bar{s}_{j1}, \\ & \bar{S}_{i2}, \bar{s}_{j2}, \bar{S}_{i3}, \bar{s}_{j3}, \bar{F}_i, \bar{f}_j, \bar{\alpha}_{i1} \bar{F}_i, \bar{\beta}_{j1} \bar{f}_j, \\ & \bar{\alpha}_{i2} \bar{F}_i, \bar{\beta}_{j2} \bar{f}_j, \bar{\alpha}_{i3} \bar{F}_i, \bar{\beta}_{j3} \bar{f}_j)^T \in \mathbb{R}^{26} \end{aligned} \quad (11)$$

und $\tilde{X} = E\{x\}$ den Erwartungsvektor des Parametervektors $x = (t_1, \dots, t_4)^T \in \mathbb{R}^4$.

Mit einer zur Stochastik konsistenten Definition des Residuenvektors $v = I - E\{I\}$ ergeben sich die Zerlegungen der Erwartungsvektoren $\tilde{X}, \tilde{L}$ mit $E\{\Delta x\} = \Delta x$ zu $\tilde{X} = \hat{x} - \Delta x$ und $\tilde{L} = I - v$. Die Linearisierung des funktionalen Modells liefert damit folgendes linearisierte funktionale Modell:

$$w - A \Delta x - B v = 0 \quad (12)$$

wobei $\Delta \mathbf{x}$ den verkürzten Parametervektor und $\mathbf{v}$ den Verbesserungsvektor bezeichnet. Ferner bezeichnet $\mathbf{w}$ den Widerspruchsvektor und $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ die Jakobimatrizen.

Die Näherungswerte $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_4)^T$ für die Parameter der Ähnlichkeitstransformation aus (5) ergeben sich, wie in Abb. 7 dargestellt, aus der Höhe h des Satelliten über Grund, dessen Elevation ε und Rotation r der Flugbahn bzw. der Satellitenszene zum amtlichen Koordinatensystem, der Translation und dem aus (1) ermittelten Maßstabsfaktor m_0 zu:

$$\begin{aligned}\hat{t}_1 &= m_0 \cdot \cos(r), \\ \hat{t}_2 &= m_0 \cdot \sin(r), \\ \hat{t}_3 &= x_m - h \cdot \tan \varepsilon \cdot \cos r, \\ \hat{t}_4 &= y_m - h \cdot \tan \varepsilon \cdot \sin r.\end{aligned}$$

In dem in Abschnitt 2 beschriebenen Simulator wurden achsparallele Nadiraufnahmen der TrueDOP mit $r = \varepsilon = 0$ verwendet. Eingesetzt in (1) hat der Maßstabsfaktor m_0 für beliebige Öffnungswinkel δ der Satellitenkamera den Wert $m_0 = 1$, sodass für $\hat{t}_1 = 1$, $\hat{t}_2 = 0$ und für die Translationen $\hat{t}_3 = x_m$, $\hat{t}_4 = y_m$ folgt.

Mit diesen Näherungswerten ergibt sich die Jakobimatrix $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1^T, \dots, \mathbf{A}_3^T)^T \in \mathbb{R}^{13 \times 4}$ zu:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1 &= \begin{pmatrix} -\bar{x}_{j1} & -\bar{y}_{j1} & -1 & 0 \\ -\bar{y}_{j1} & +\bar{x}_{j1} & 0 & -1 \\ -\bar{x}_{j2} & -\bar{y}_{j2} & -1 & 0 \\ -\bar{y}_{j2} & +\bar{x}_{j2} & 0 & -1 \\ -\bar{x}_{j3} & -\bar{y}_{j3} & -1 & 0 \\ -\bar{y}_{j3} & +\bar{x}_{j3} & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 4}, \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{pmatrix} -2\hat{t}_1 \bar{s}_{1j}^2 & -2\hat{t}_2 \bar{s}_{1j}^2 & 0 & 0 \\ -2\hat{t}_1 \bar{s}_{2j}^2 & -2\hat{t}_2 \bar{s}_{2j}^2 & 0 & 0 \\ -2\hat{t}_1 \bar{s}_{3j}^2 & -2\hat{t}_2 \bar{s}_{3j}^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}\end{aligned}$$

und

$$\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} -2\hat{t}_1 \bar{f}_j & -2\hat{t}_2 \bar{f}_j & 0 & 0 \\ -2\hat{t}_1 \bar{\beta}_{j1} \bar{f}_j & -2\hat{t}_2 \bar{\beta}_{j1} \bar{f}_j & 0 & 0 \\ -2\hat{t}_1 \bar{\beta}_{j2} \bar{f}_j & -2\hat{t}_2 \bar{\beta}_{j2} \bar{f}_j & 0 & 0 \\ -2\hat{t}_1 \bar{\beta}_{j3} \bar{f}_j & -2\hat{t}_2 \bar{\beta}_{j3} \bar{f}_j & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

Die Jakobimatrix $\mathbf{B}$ entspricht einer Blockmatrix:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & \mathbf{B}_4 & \\ 0 & & & \mathbf{B}_5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{13 \times 26}$$

mit konstanten Blockmatrizen

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\hat{t}_1 & -\hat{t}_2 \\ 0 & 1 & +\hat{t}_2 & -\hat{t}_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$$

sowie $\mathbf{B}_4 \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ mit

$$\mathbf{B}_4 = \begin{pmatrix} 2\bar{s}_{1i}; & -2\bar{s}_{1j}(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2); & 0; & 0; & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 2\bar{s}_{2i}; & -2\bar{s}_{2j}(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2); & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 0; & 0; & 2\bar{s}_{3i}; & -2\bar{s}_{3j}(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \end{pmatrix}$$

und $\mathbf{B}_5 \in \mathbb{R}^{4 \times 8}$ zu

$$\mathbf{B}_5 = \begin{pmatrix} 1; & -(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2); & 0; & 0; & 0; & 0; & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 1; & -(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2); & 0; & 0; & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 0; & 0; & 1; & -(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2); & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 0; & 0; & 0; & 0; & 1; & -(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \end{pmatrix}.$$

Der Widerspruchsvektor $\mathbf{w}$ lautet mit der Partition $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_3^T)^T \in \mathbb{R}^{13}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_1 &= \begin{pmatrix} X_{i1} - \hat{t}_1 \bar{x}_{j1} - \hat{t}_2 \bar{y}_{j1} - \hat{t}_3 \\ Y_{i1} + \hat{t}_2 \bar{x}_{j1} - \hat{t}_1 \bar{y}_{j1} - \hat{t}_4 \\ X_{i2} - \hat{t}_1 \bar{x}_{j2} - \hat{t}_2 \bar{y}_{j2} - \hat{t}_3 \\ Y_{i2} + \hat{t}_2 \bar{x}_{j2} - \hat{t}_1 \bar{y}_{j2} - \hat{t}_4 \\ X_{i3} - \hat{t}_1 \bar{x}_{j3} - \hat{t}_2 \bar{y}_{j3} - \hat{t}_3 \\ Y_{i3} + \hat{t}_2 \bar{x}_{j3} - \hat{t}_1 \bar{y}_{j3} - \hat{t}_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^6, \\ \mathbf{w}_2 &= \begin{pmatrix} \bar{s}_{1i}^2 - \bar{s}_{1j}^2(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \\ \bar{s}_{2i}^2 - \bar{s}_{2j}^2(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \\ \bar{s}_{3i}^2 - \bar{s}_{3j}^2(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3\end{aligned}$$

und

$$\mathbf{w}_3 = \begin{pmatrix} \bar{F}_i - \bar{f}_j(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \\ \bar{\alpha}_{i1} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j1} \bar{f}_j(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \\ \bar{\alpha}_{i2} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j2} \bar{f}_j(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \\ \bar{\alpha}_{i3} \bar{F}_i - \bar{\beta}_{j3} \bar{f}_j(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

3.3.3 Aufstellung der Kovarianzmatrix

In diesem Prozessierungsschritt wird für $\mathbf{l}$ von unkorrelierten, normalverteilten Passpunkten und Messwerten ausgegangen. Die Varianz-Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned}\sum_{\parallel} &:= E\{(\mathbf{l} - E\{\mathbf{l}\})(\mathbf{l} - E\{\mathbf{l}\})^T\} \quad \text{mit der Eigenschaft} \\ \mathbf{P} &= \left(\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{\parallel} \right)^{-1} \quad \text{vereinfacht sich zu einer Diagonalmatrix.}\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet σ_0^2 die theoretische Varianz und P die Gewichtsmatrix. Aus der Zerlegung $\tilde{L} = I - v$ mit $E\{v\} = 0$ und der Bezeichnung $v = I - E\{I\}$ folgt $\sum_{ll} = E\{vv^T\}$.

Mit Blick auf Abb. 9h und Abb. 9j sind für den in (11) definierten Beobachtungsvektor I zur Aufstellung der Varianz-Kovarianzmatrix $\sum_{ll} \in \mathbb{R}^{26 \times 26}$ die Anzahl der für die Ermittlung der Siedlungs-Mittelpunkte verwendeten Gebäudeschwerpunkte der DFK- und der KI-Gebäude zu berücksichtigen:

$$\sum_{ll} = \begin{pmatrix} \sum_{1ll} & 0 \\ & \sum_{2ll} \\ 0 & & \sum_{3ll} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{26 \times 26}$$

Dabei bezeichnet $\sum_{1ll} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ die Varianz-Kovarianzmatrix für die drei Koordinatenpaare der Dreieckspunkte und $\sum_{2ll} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ die Varianz-Kovarianzmatrix für die sechs Strecken aus (9) und $\sum_{3ll} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ der acht Flächen aus (7) und (8). Sämtliche Matrizen sind Diagonalmatrizen, da der Beobachtungsvektor I unter den obigen Annahmen unkorreliert ist.

■ Aufbau der Matrix $\sum_{ll}$

Im Folgenden bezeichnet n die Anzahl der DFK-Gebäude und m die Anzahl der mittels Deep Learning identifizierten KI-Gebäude. Für $n > m$ kann die Laufvariable k die Werte $k = 1, \dots, m$ annehmen bzw. für $m > n$ die Werte $k = 1, \dots, n$.

Die Gebäudeschwerpunkte können eine maximale Genauigkeit von einem halben Pixel p haben. Bezeichnet n^k die Anzahl der DFK-Gebäudemittelpunkte, die für die Berechnung des k -ten DFK-Siedlungs-Mittelpunktes verwendet wurden und m^k die Anzahl der KI-Gebäudeschwerpunkte, die für die Berechnung des k -ten KI-Siedlungs-Mittelpunktes verwendet wurden, dann ergeben sich für jedes Passpunktpaar $P_{ij}^k = \{(X_i, Y_i), (x_j, y_j)\}$ mit:

$$\sigma_{X_i}^2 = \sigma_{Y_i}^2 = \frac{p^2}{4} n_i^k \quad \text{und} \quad \sigma_{x_j}^2 = \sigma_{y_j}^2 = \frac{p^2}{4} m_j^k \quad (13)$$

in der Varianz-Kovarianzmatrix $\text{Diag} \sum_{ll} \in \mathbb{R}^{12}$ folgenden Diagonalelemente für die drei Dreieckspunkte des ij -ten Dreieckspaares:

$$\frac{p^2}{4} (n_i^1, n_i^1, m_j^1, m_j^1, n_i^2, n_i^2, m_j^2, m_j^2, n_i^3, n_i^3, m_j^3, m_j^3).$$

Im vorliegenden Fall wurden im Simulator die Daten auf die Auflösung $p = 4$ m resampelt.

■ Aufbau der Matrix $\sum_{2ll}$

Zur Berechnung der Diagonalelemente von $\text{Diag} \sum_{2ll} \in \mathbb{R}^6$ sind aus (9) die Varianzen für die als unkorreliert zu betrachtenden sechs Strecken zu bestimmen. Beispielfhaft gilt es, die Varianzen und Erwartungswerte der Strecken

S_{li} und s_{lj} zu berechnen, die sich aus den Koordinatendifferenzen der unkorrelierten Anfangs- und Endpunkte $P_{ij}^{A1} = \{(X_i^{A1}, Y_i^{A1}), (x_j^{A1}, y_j^{A1})\}$, $P_{ij}^{E1} = \{(X_i^{E1}, Y_i^{E1}), (x_j^{E1}, y_j^{E1})\}$ des Beobachtungsvektors I bestimmen. Aus der linearen Transformation $y_i = R \cdot I_i$:

$$y_i = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^{A1} \\ Y_i^{A1} \\ X_i^{E1} \\ Y_i^{E1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i^{E1} - X_i^{A1} \\ Y_i^{E1} - Y_i^{A1} \end{pmatrix}$$

und nach dem sogenannten Fehlerfortpflanzungsgesetz (FFG) resultierender Varianz-Kovarianzmatrix $\text{Diag} \sum_{y_i y_i} = \text{Diag} R \sum_{ll} R^T$:

$$\text{Diag} \sum_{y_i y_i} = \begin{pmatrix} (\sigma_{X_i^{A1}}^2 + \sigma_{X_i^{E1}}^2) & 0 \\ 0 & (\sigma_{Y_i^{A1}}^2 + \sigma_{Y_i^{E1}}^2) \end{pmatrix}$$

ergibt sich der Erwartungswert $E\{S_{li}^2\}$ in vektorieller Schreibweise für die erste Strecke S_{li} mit unkorreliertem Zufallsvektor $y_i = (y_{i1}, y_{i2})^T \in \mathbb{R}^2$ nach der Verschiebungsregel, der sogenannten Steinerschen Gleichung $E\{y_{ik}^2\} = (E\{y_{ik}\})^2 + \sigma_{y_{ik}}^2$ (Krickeberg und Ziezold 1995), zu:

$$\begin{aligned} E\{S_{li}^2\} &= E\{y_i^T y_i\} = \sum_{k=1}^2 (E\{y_{ik}\})^2 + \sigma_{y_{ik}}^2 \\ &= E\{y_i\}^T E\{y_i\} + \text{Spur} \sum_{y_i y_i} \end{aligned} \quad (14)$$

Der unmittelbare Vergleich von (14) mit der Steinerschen Gleichung liefert:

$$(E\{S_{li}\})^2 = E\{y_i\}^T E\{y_i\} \quad (14a)$$

und

$$\sigma_{S_{li}}^2 = \text{Var}(S_{li}) = \text{Spur} \sum_{y_i y_i} \quad (14b)$$

mit

$$\text{Spur} \sum_{y_i y_i} = (\sigma_{X_i^{A1}}^2 + \sigma_{X_i^{E1}}^2 + \sigma_{Y_i^{A1}}^2 + \sigma_{Y_i^{E1}}^2).$$

Analoges gilt für die Varianz $\sigma_{s_{lj}}^2 = \text{Var}(s_{lj})$ der KI-Strecke.

Bei gleichgenauen Varianzen der Koordinaten des Anfangs- und des Endpunktes $\sigma_{X_i^{A1}}^2 = \sigma_{Y_i^{A1}}^2$ bzw. $\sigma_{X_i^{E1}}^2 = \sigma_{Y_i^{E1}}^2$ ergibt sich, in Abhängigkeiten der Punktgewichte, die $\text{Spur} \sum_{y_i y_i}$ zu:

$$\text{Spur} \sum_{y_i y_i} = \frac{p^2}{2} (n_i^{A1} + n_i^{E1}). \quad (15a)$$

In gleicher Weise gilt dies für alle anderen DFK-Strecken S_{2i}, S_{3i} . Die Spur $\sum_{y_j y_j}$ der ersten KI-Strecke lautet:

$$\text{Spur} \sum_{y_j y_j} = \frac{p^2}{2} (m_j^{A1} + m_j^{E1}). \quad (15b)$$

Analoges gilt für die KI-Strecken s_{2j}, s_{3j} .

■ Aufbau der Matrix $\sum_{3ll}$

Ausgehend von der Gaußschen Flächenformel können mit den jeweils unkorrelierten Punkten $P_k = (X_k, Y_k)$ im DFK- bzw. mit $P_k = (x_k, y_k)$ im KI-Datensatz die Flächen durch

$$2F = \sum_{k=1}^3 X_k (Y_{k+1} - Y_{k-1}) \quad (16)$$

berechnet sowie mit $\mathbf{a} = (X_1, X_2, X_3)^T$, $\mathbf{b} = (Y_1, Y_2, Y_3)^T$ und

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

in vektorieller Schreibweise ausgedrückt werden:

$$F = \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{A} \mathbf{b} = \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{c} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 a_k c_k. \quad (17)$$

Die nach dem FFG zugehörigen zwei Varianz-Kovarianzmatrizen $\text{Diag} \sum_{aa} = (\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2, \sigma_{x_3}^2)$ und $\text{Diag} \sum_{bb} = (\sigma_{y_1}^2, \sigma_{y_2}^2, \sigma_{y_3}^2)$ sowie die resultierende, vollbesetzte Varianz-Kovarianzmatrix $\sum_{cc} = \mathbf{A} \sum_{bb} \mathbf{A}^T$:

$$\sum_{cc} = \begin{pmatrix} (\sigma_{y_2}^2 + \sigma_{y_3}^2) & -\sigma_{y_3}^2 & -\sigma_{y_2}^2 \\ -\sigma_{y_3}^2 & (\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_3}^2) & -\sigma_{y_1}^2 \\ -\sigma_{y_2}^2 & -\sigma_{y_1}^2 & (\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2) \end{pmatrix}$$

können anschaulich in der partitionierten Form:

$$\begin{pmatrix} \text{Diag} \sum_{aa} & 0 \\ 0 & \sum_{cc} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$$

dargestellt werden. In der Flächenformel (17) ist nur Vektor $\mathbf{a}$ paarweise unkorreliert, während Vektor $\mathbf{c}$ korreliert ist, sodass die gesuchte Varianz der Fläche σ_F^2 nicht explizit bestimmt werden kann. Dies wäre nur für das Produkt unabhängiger Zufallsvariablen X, Y möglich (Goodman 1960):

$$\text{Var}(XY) = (E\{X\})^2 \text{Var}(Y) + (E\{Y\})^2 \text{Var}(X) + \text{Var}(X)\text{Var}(Y)$$

Die gesuchte Varianz wird daher alternativ durch Linearisierung von (17) und Anwendung des FFG bestimmt:

$$\sigma_{F_i}^2 = \frac{1}{4} \left[(Y_2 - Y_3)^2 \sigma_{x_1}^2 + (X_3 - X_2)^2 \sigma_{y_1}^2 + (Y_3 - Y_1)^2 \sigma_{x_2}^2 + (X_1 - X_3)^2 \sigma_{y_2}^2 + (Y_1 - Y_2)^2 \sigma_{x_3}^2 + (X_2 - X_1)^2 \sigma_{y_3}^2 \right]$$

Die Varianz $\sigma_{F_i}^2$ der DFK-Fläche (bzw. analog der KI-Fläche) lässt sich auch durch Einsetzen der in (13) festgelegten Punktgewichte ausdrücken.

Aus der Konvexkombination $\bar{\alpha}_{i1} + \bar{\alpha}_{i2} + \bar{\alpha}_{i3} = 1$ der Flächengewichte in den Dreieckseckpunkten gilt: $F_i = \bar{\alpha}_{i1} F_1 + \bar{\alpha}_{i2} F_2 + \bar{\alpha}_{i3} F_3$. Damit lassen sich aus dem FFG mit

$$\sigma_{F_i}^2 = \text{Var}(\bar{\alpha}_{i1} F_1 + \dots + \bar{\alpha}_{i3} F_3) = \bar{\alpha}_{i1}^2 \text{Var}(F_1) + \dots + \bar{\alpha}_{i3}^2 \text{Var}(F_3)$$

in einfacher Weise die Varianzen in den Dreieckspunkten bestimmen:

$$\sigma_{F_{i1}}^2 = \bar{\alpha}_{i1}^2 \sigma_{F_1}^2; \quad \sigma_{F_{i2}}^2 = \bar{\alpha}_{i2}^2 \sigma_{F_2}^2; \quad \sigma_{F_{i3}}^2 = \bar{\alpha}_{i3}^2 \sigma_{F_3}^2$$

Analog sind die Varianz $\sigma_{F_i}^2$ der gesamten KI-Dreiecksfläche sowie die Varianzen der drei Teilflächen in den Eckpunkten aus den Koordinaten und den bereits ermittelten Flächengewichte $\bar{\beta}_{j1} + \bar{\beta}_{j2} + \bar{\beta}_{j3} = 1$ zu bestimmen.

3.3.4 Berechnung von bestmöglichen Permutationen an Dreieckspaaren

Die Lösung der Minimierungsaufgabe der bedingten Ausgleichung mit Unbekannten

$$\min_{\Delta \mathbf{x}} (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}) \text{ mit } \mathbf{w} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{B} \mathbf{v} = 0 \quad (18)$$

liefert Schätzungen für den Parametervektor $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} + \Delta \hat{\mathbf{x}}$ und den Verbesserungsvektor $\hat{\mathbf{v}}$ sowie für die empirische Varianz

$$s_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f} = \frac{\sigma_0^2 \hat{\mathbf{v}}^T \sum_{ll}^{-1} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

zum Freiheitsgrad f . Die Lösung von $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ kann über Blockmatrizen (Höppcke 1980), die Pseudoinverse (Bjerhammar 1973) oder die Pseudoinverse via orthogonaler Matrizen (Roschlaub 1999) bestimmt werden.

Die Erwartungsvektoren der Transformationsparameter $\tilde{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{x}} - \Delta \mathbf{x}$ und der Beobachtungen $\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{l} - \mathbf{v}$ sind aufgrund des nichtlinearen funktionalen Modells (siehe 3.3.2) iterativ zu berechnen. Die hierzu benötigten Näherungswerte der Parameterzuschläge ergeben sich in der $(r+1)$ -ten Iteration zu: $\hat{\mathbf{x}}^{r+1} = \hat{\mathbf{x}}^r - \Delta \hat{\mathbf{x}}^r$. Mit gemeinsamem Einsetzen von $\hat{\mathbf{x}}^{r+1}$ und $\mathbf{l}^r = \mathbf{l} - \hat{\mathbf{v}}^r$ in die Bedingungsgleichungen bzw. in den Widerspruchsvektor $\mathbf{w}$ kann die Abbruchbedingung für das Iterationsverfahren zum einen dadurch festgelegt werden, dass die absoluten Beträge der Parameterzuschläge bzw. des Widerspruchsvektors unterhalb einer vorgegebenen Rechengenauigkeit δ liegen, oder durch eine vorgegebene Anzahl an Iterationen. Am Ende der $(r+1)$ -ten Iteration entspricht der ausgeglichene Parametervektor $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^{r+1}$ und der ausgeglichene Beobachtungsvektor $\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} - \hat{\mathbf{v}}^r$.

Für die aus $i = 1, \dots, n$ und $j = 1, \dots, m$ resultierenden $(n \cdot m)$ möglichen Kombinationen kann zur Reduzierung des Rechenaufwandes bei der Suche nach den bestmög-

lichen Permutationen vor der Ausgleichung die Lage der Dreieckspaare über den Abstand der jeweiligen Dreiecksschwerpunkte analysiert werden (vgl. Abb. 7). Der Betrag des Abstandes sollte kleiner als die Hälfte der Auflösung a der aggregierten Zelle (Aggregationsebene) sein:

$$\left| \sqrt{(X_{m_i} - x_{m_j})^2 + (Y_{m_i} - y_{m_j})^2} - h \cdot \tan \varepsilon \right| \leq \frac{a}{2}$$

Für alle verbleibenden Permutationen kann mit den in (11) definierten Beobachtungsvektoren $\mathbf{l}_{ij} \in \mathbb{R}^{26}$ und den aus (18) geschätzten Verbesserungen $\hat{\mathbf{v}}_{ij} \in \mathbb{R}^{26}$ folgende Permutationsmenge $\mathcal{M}$ gebildet werden:

$$\mathcal{M} = \left\{ \mathbf{v}_{ij} \in \mathbb{R}^{26}, \sum_{i,j} \mathbf{l}_{ij} \in \mathbb{R}^{26 \times 26}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m; w_{ij} = \hat{\mathbf{v}}_{ij}^T \sum_{i,j}^{-1} \hat{\mathbf{v}}_{ij} \right\} \subset \mathbb{R}^+$$

Für die aggregierten n -Dreiecke im DFK-Datensatz und die m -Dreiecke im KI-Datensatz können mit $m \leq n$ genau m -eindeutige Dreieckspaare in der Dreiecks-Permutationsmenge $\mathcal{F}$ gespeichert werden. Die eindeutige Identifizierung der Dreieckspaare aus beiden Datensätzen erfolgt iterativ.

In einem Initialisierungsschritt entspricht die Menge $\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}$ und die Mengen $\mathcal{F}_0 = \mathcal{R}_0 = \emptyset$ der leeren Menge.

Im ersten Iterationsschritt $k = 1$ wird das globale Minimum aus der Permutationsmenge $\mathcal{M}_k = \mathcal{M}_{k-1} \setminus \mathcal{R}_{k-1}$ der Fehlerquadrate gesucht:

$$\mathcal{F}_k = \bigcup_{k=1}^m \min_{w_{ij}} (\mathcal{M}_k)$$

und der Dreiecks-Permutationsmenge $\mathcal{F}_k$ zugeordnet. Die Menge $\mathcal{F}_k$ enthält im ersten Iterationsschritt nur einen Wert $w_{ij} \in \mathcal{M}_k$; es ist das globale Minimum. Für alle weiteren Iterationsschritte ergibt sich ein Qualitäts-Ranking für die nacheinander gefundenen Elemente in der Permutationsmenge $\mathcal{F}_k$. Das erste Dreieckspaar passt am besten zusammen. Für alle nachfolgenden Permutationen fällt die Qualität der Reihe nach ab.

Anschließend werden alle Werte $w_{ij} \in \mathcal{M}_k$ mit den Indizes i und j des identifizierten Minimalwertes der Menge $\mathcal{R}_k$ zugeordnet:

$$\mathcal{R}_k = \{ w_{gh} \in \mathcal{M}_k \mid g = i \vee h = j \}$$

Dieser Vorgang wird iterativ so lange wiederholt, bis genau $k = m$ Minima gefunden und der Permutationsmenge $\mathcal{F}_k$ zugeordnet wurden. Das Iterationsverfahren ist sehr performant, da nach jedem Iterationsschritt insgesamt $(n + m - 2k + 1)$ Elemente der Menge $\mathcal{R}_k$ zugeordnet bzw. der Menge $\mathcal{M}_{k+1}$ entnommen werden. Die zugehörigen Indizes i, j dieser Minima entsprechen der eindeutigen Zuordnung der Dreieckspaare.

Die Laufzeiten zur Berechnung der bestmöglichen Permutationen belaufen sich in Abhängigkeit der in Tab. 3 ausgewiesenen Anzahl von Dreiecken im Quell- und Ziel-

system für die Aggregationsebene 40 m mit den insgesamt 6.078.226 Kombinationsmöglichkeiten auf 12 Minuten. Am rechenintensivsten sind dabei die nach (18) durchzuführenden Ausgleichungen. Für die Aggregationsebenen $a = 400$ m und 1000 m und sind es lediglich 221.350 bzw. 2544 Permutationen mit Laufzeiten von weniger als 1 Minute bzw. unter 1 Sekunde.

Zur Einschätzung, wie gut die identifizierten Dreiecke zusammenpassen, kann ein statistischer χ_f^2 -Test durchgeführt werden:

$$\chi_f^2 \sim f \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{\sigma_0^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\chi_f^2}{f} \sigma_0^2 \sim s_0^2.$$

Bezogen auf die m -möglichen Dreiecks-Permutationen der Menge $\mathcal{F}$ und den vier zu schätzenden Transformationsparametern ergibt sich aus den in 3.3.2. definierten 13 Bedingungsgleichungen ein resultierender Freiheitsgrad von $f = 13 - 4 = 9$ für den χ^2 -Test:

$$\chi_9^2 \sim \hat{\mathbf{v}}_{ij}^T \sum_{i,j}^{-1} \hat{\mathbf{v}}_{ij} = w_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\chi_9^2}{9} \sigma_0^2 \sim s_0^2.$$

Um Zuordnungen von Dreieckspaaren mit sehr geringen s_0^2 nicht aus den Datensätzen zu löschen, wird ein einseitiger χ^2 -Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 99\%$ mit dem Quantil $\chi_{9,\alpha}^2 = 21,67$ angehalten (vgl. Tab. 4 und Abb. 16). Das Konfidenzintervall berechnet sich mit $Q = \frac{1-\alpha}{2}$ und $R = 1 - Q$ aus den Quantilen der χ^2 -Verteilung zu $\chi_{f,Q}^2 > w_{ik} > \chi_{f,R}^2$. Mit dem frei gewählten $\sigma_0^2 = 1$ folgt als Testgröße $s_0^2 \sim 2,4$.

Mit dem einseitigen $\chi_{f,\alpha}^2$ -Test wird die Nullhypothese H_0 überprüft, ob $s_0^2 \geq \sigma_0^2$ ist, gegenüber der Alternativhypo-

Tab. 4a/4b: Identifizierte Dreieckspaare anhand des oberen Drittels der Werte für w_{ij} sowie des χ^2 -Tests ohne (4a) und mit (4b) Kovarianzmatrix am Beispiel des Landkreises Ansbach

Tab. 4a:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} ohne Σ_{ll}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ ohne Σ_{ll}
40 m	465	155	45
400 m	201	67	10
1000 m	11	4	0

Tab. 4b:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} mit Σ_{ll}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ mit Σ_{ll}
40 m	465	155	402
400 m	201	67	193
1000 m	11	4	11

these $H_1 : s_0^2 < \sigma_0^2$. Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn der Prüfwert die Bedingung $f \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} < \chi_f^2$ erfüllt.

Ein Vergleich der Tab. 4a und Tab. 4b zeigt zum einen, dass mit Einführung der Kovarianzmatrix in allen Aggregationsstufen die Anzahl der identifizierten Dreieckspaare identisch und die Permutationen konstant bleiben. Wie eine genauere Analyse der Ergebnisse offenbart, ändert sich mit Einführung der Kovarianzmatrix lediglich das Ranking der Permutationen. Zum anderen wird deutlich, dass auf Basis des gewählten stochastischen Modells zehnmal mehr Dreieckspaare den χ^2 -Test zum gewählten Signifikanzniveau $\alpha = 99\%$ für $H_1 : s_0^2 < \sigma_0^2$ erfüllen und die Ausgleichung geringere Verbesserungen gegenüber den Berechnungen mit der Einheitsmatrix liefert.

Im Folgenden werden aus Praktikabilitätsgründen nur diejenigen Permutationen an Dreieckspaaren für die weitere Berechnung der Transformationsparameter verwendet, die im oberen Drittel der geringsten Werte für w_{ij} bzw. s_0^2 liegen.

3.4 Zuordnung identischer Eckpunkte kongruenter Dreiecke als Passpunkte

Nachdem aus Abschnitt 3.3.4 mindestens $k \geq 1$ korrespondierende Dreiecke identifiziert wurden, sind zur Passpunktbestimmung die Eckpunkte der kongruenten Dreieckspaare für $l = 1, \dots, k$ eindeutig aus den folgenden drei Zweiermengen D_{ij}^l zuzuordnen:

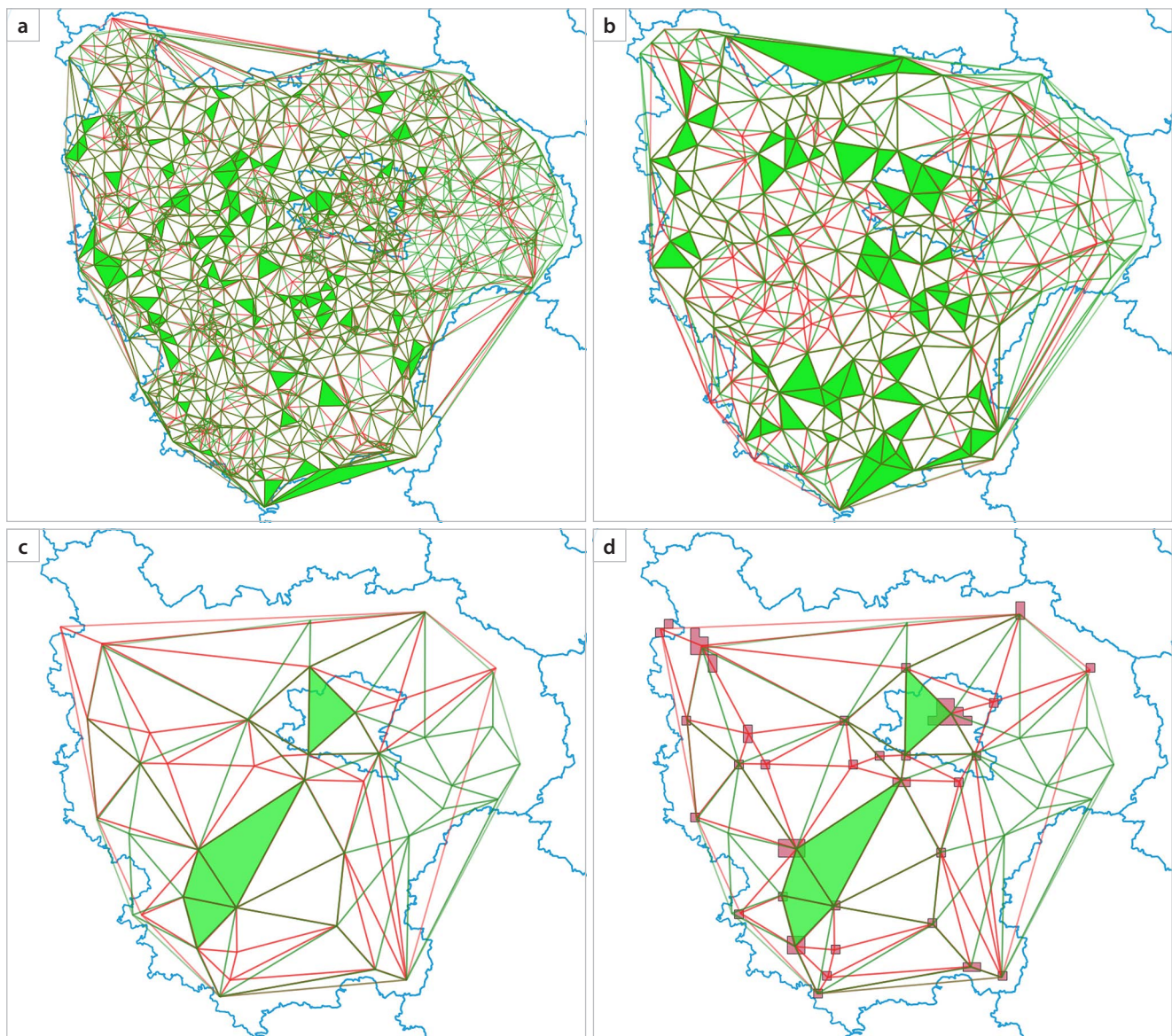


Abb. 16: Aus dem oberen Drittel identifizierte Dreieckspaare der aggregierten Siedlungsschwerpunkte für a) 40 m, b) 400 m und c) 1000 m, die über eine Ausgleichung mit Kovarianzmatrix berechnet wurden (vgl. Tab. 4b). In d) sind zusätzlich die aggregierten Siedlungsmittelpunkte im KI-Datensatz dargestellt.

$$\mathcal{D}_{ij}^l = \left\{ \bar{\alpha}_{i1} > \bar{\alpha}_{i2} > \bar{\alpha}_{i3}, \bar{\beta}_{j1} > \bar{\beta}_{j2} > \bar{\beta}_{j3} : \right. \\ \left. \{P_{i1}, P_{j1}\}, \{P_{i2}, P_{j2}\}, \{P_{i3}, P_{j3}\} \right\}.$$

Die Vereinigungsmenge der Punktmengen aller eindeutig zugeordneten kongruenten Dreieckspaare ergibt die Menge der Passpunkte:

$$\mathcal{P} = \bigcup_{l=1}^k \mathcal{D}_{ij}^l \quad (19)$$

Abschließend sind Doppelungen in der Passpunktmenge $\mathcal{P}$ zu eliminieren.

3.5 Exakte Passpunktbestimmung

Die Ermittlung der exakten Passpunkte erfolgt in zwei Schritten. Zunächst werden mit den in 3.4 ermittelten Passpunkten genäherte Transformationsparameter bestimmt und die KI-Daten näherungsweise ins Zielsystem der DFK transformiert. Im zweiten Schritt erfolgt anhand der im DFK- und KI-Datensatz segmentierten Gebäudeschwerpunkte die genaue Passpunktbestimmung in der höchsten Bodenauflösung von 4 m. Zur Qualitätsbewertung lassen sich abschließend, anhand der identifizierten exakten Passpunkte, die neu zu berechnenden Transformationsparameter mit den für den Simulator bekannten Werten vergleichen.

3.5.1 Parameterschätzung anhand aggregierter Siedlungs-Mittelpunkte

In erster Näherung werden die Parameter $(t_1, \dots, t_4)$ der Ähnlichkeitstransformation aus den linearen Bedingungsgleichungen (5) mit den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten und den aus (19) ermittelten Passpunktpaaren der Menge $\mathcal{P}$ über die bedingte Ausgleichung mit Unbekannten aus (18) ohne Iterationen bestimmt, um im stochastischen Modell uneingeschränkt vollbesetzte Varianz-Kovarianzmatrizen zuzulassen:

$$\min_{\Delta \mathbf{x}} (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}) \quad \text{mit} \quad \mathbf{w} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{B} \mathbf{v} = 0.$$

Darin bezeichnet $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_k^T)^T \in \mathbb{R}^{2k}$ den aus den Passpunktpaaren $P_l = \{(X_{li}, Y_{li}), (x_{lj}, y_{lj})\} \in \mathcal{P}$ für $l = 1, \dots, k$ resultierenden Widerspruchsvektor:

$$\mathbf{w}_l = \begin{pmatrix} X_{li} - \hat{t}_1 \bar{x}_{lj} - \hat{t}_2 \bar{y}_{lj} - \hat{t}_3 \\ Y_{li} + \hat{t}_2 \bar{x}_{lj} - \hat{t}_1 \bar{y}_{lj} - \hat{t}_4 \end{pmatrix};$$

in dem, aus der formellen Herleitung, die Näherungswerte zunächst noch enthalten sind. Aus numerischen Gründen sind für den Aufbau der Jakobimatrizen die KI-Koordinaten der Passpunkte auf den Schwerpunkt (x_m, y_m) im Quellsystem zu beziehen:

$$\bar{x}_{lj} = x_{lj} - \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k x_{lj}; \quad \bar{y}_{lj} = y_{lj} - \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k y_{lj}.$$

Für $\mathbf{l} = (\mathbf{l}_1^T, \dots, \mathbf{l}_k^T)^T \in \mathbb{R}^{4k}$ mit $\mathbf{l}_l = (X_{li}, Y_{li}, \bar{x}_{lj}, \bar{y}_{lj})^T$ lautet die Diagonalblockmatrix:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & & & 0 \\ & \mathbf{B}_2 & & \\ & & \mathbf{L} & \\ 0 & & & \mathbf{B}_k \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2k \times 4k}$$

mit konstanten Blockmatrizen

$$\mathbf{B}_l = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\hat{t}_1 & -\hat{t}_2 \\ 0 & 1 & +\hat{t}_2 & -\hat{t}_1 \end{pmatrix}$$

und die Jakobimatrix $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1^T, \dots, \mathbf{A}_k^T)^T \in \mathbb{R}^{2k \times 4}$ mit:

$$\mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} -\bar{x}_{lj} & -\bar{y}_{lj} & -1 & 0 \\ -\bar{y}_{lj} & +\bar{x}_{lj} & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die Varianz-Kovarianzmatrix $\text{Diag} \sum_{ll} \in \mathbb{R}^{4k \times 4k}$ der Gewichtsmatrix $\mathbf{P} = \left(\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{ll} \right)^{-1}$ ist wie die Diagonalmatrix

$\text{Diag} \sum_{ll}$ aus Abschnitt 3.3.3 aufgebaut. Sie bestimmt sich, bezogen auf die jeweilige Aggregationsebene a mit $a = 40, 400 \text{ m}$ oder 1000 m sowie mit $\sigma_0^2 = 1$ und der Bodenauflösung von $p = 4 \text{ m}$ für die $l = 1, \dots, k$ Passpunkte der Passpunktmenge $\mathcal{P}$, aus der Anzahl der aggregierten DFK- und KI-Siedlungsmittelpunkte des ij -ten Dreieckspaars, zu:

$$\text{Diag} \sum_{ll} = \frac{p}{a} (n_{li}, n_{li}, m_{lj}, m_{lj}, \dots, n_{ki}, n_{ki}, m_{kj}, m_{kj}).$$

Mit $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}} + \Delta \hat{\mathbf{x}} = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_4)^T$ liefert die Ausgleichung für die Translationen $\hat{t}_3, \hat{t}_4$ bei Verwendung der Einheitsmatrix bzw. gleichgenauen Varianz-Kovarianzmatrizen im Quell- und Zielsystem die Schwerpunktskoordinaten der Passpunkte im Zielsystem der DFK, d. h. $\hat{t}_3 = X_m$ und $\hat{t}_4 = Y_m$; andernfalls sind $\hat{t}_3, \hat{t}_4$ von den Schwerpunktskoordinaten X_m, Y_m verschieden.

Nachdem die Bedingungsgleichungen (5) linear sind, entfällt die Iteration bei der Ausgleichung und die Näherungswerte $\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_4$ können zu Null gesetzt werden. Die Ergebnisse der aussagekräftigen Transformationsparameter $\hat{t}_1, \hat{t}_2$ sind gemeinsam mit den aus den Ausgleichungen resultierenden Werten der empirischen Varianz s_0^2 in Tab. 5 aufgeführt und den aus der achsparallelen Simulation bekannten Sollwerten für t_1 und t_2 gegenübergestellt.

Vergleiche zeigen, dass die erzielten Genauigkeiten für die Parameter $\hat{t}_1, \hat{t}_2$ sich proportional zur Aggregationsebene verhalten; d. h. eine 10-fach größere Aggregationsebene führt zu Ergebnissen, die um eine 10er-Potenz ungenauer sind. Für $a = 1000 \text{ m}$ sind die Werte der Transformationsparameter aus einer 10-fach geringeren Passpunktanzahl bestimmt und daher mit deutlich höherer Unsicherheit

Tab. 5: Gegenüberstellung der erzielten genäherten Transformationsparameter aus den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten unter Verwendung der aus den 33 % der besten Dreieckspermutationen der Tab. 4b resultierenden Passpunkte

Aggregation	33%-ige Anzahl der Passpunkte	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
40 m	311	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 69$ $\hat{t}_2 = 8e - 06$ $s_0^2 = 211,740$
400 m	109	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 87$ $\hat{t}_2 = 2,8e - 05$ $s_0^2 = 240,636$
1000 m	8	$\hat{t}_1 = 0,99\ 88\ 06$ $\hat{t}_2 = 0,00\ 09\ 67$ $s_0^2 = 123,605$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

behaftet. Ihre Werte fallen gegenüber denen der Aggregationsebene $a = 400$ m und den Sollwerten deutlich ab.

Die in Tab. 5 ausgewiesenen Werte der empirischen Varianz s_0^2 sind über alle Aggregationsebenen unauffällig und von gleicher Größenordnung; sie geht für $a = 1000$ m sogar etwas zurück.

3.5.2 Bestimmung der exakten Transformationsparameter

Je Aggregationsebene lassen sich die in 2.2 identifizierten $m = 63.852$ KI-Gebäudeschwerpunkte (x_j, y_j) für $j = 1, \dots, m$, bezogen auf 4 m Bodenauflösung, näherungsweise ins Zielsystem der 119.661 DFK-Gebäudeschwerpunkte transformieren. Sie sind ebenso wie bei der Ausgleichung auf den Schwerpunkt (x_m, y_m) der jeweiligen Aggregationsebene zu reduzieren und, korrespondierend zu der in (Großmann 1969) beschriebenen Verfahrenslösung, gemeinsam mit den in 3.5.1 ermittelten genäherten Transformationsparametern $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_4)^T$ in (5) einzusetzen:

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{t}_1 & \hat{t}_2 \\ -\hat{t}_2 & \hat{t}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j - x_m \\ y_j - y_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{t}_3 \\ \hat{t}_4 \end{pmatrix}.$$

Damit kann im Zielsystem über den kleinsten Punkt-Abstand eine genaue Passpunktzuordnung durchgeführt werden. Der maximal zulässige Abstand d der zu berücksichtigenden Passpunkte wird auf das Dreifache der Bodenauflösung, also auf $d = 12$ m, festgesetzt. Mögliche Doppelungen von Passpunktzuordnungen der KI-Daten im DFK-Datensatz sind zu löschen, in dem stets dasjenige Paar mit dem minimalsten Abstand als Passpunktpaar verbleibt. Die Anzahl der in der Ausgangsauflösung von 4 m identifizierten Passpunkte ist überraschend hoch, wie Tab. 6 zeigt. Es werden in den drei Aggregationsebenen

Tab. 6: Transformationsparameter aus den Gebäudeschwerpunkten des TrueDOP in 4 m Bodenauflösung

Boden-auflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	42.395	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 41$ $\hat{t}_2 = -7,77e - 06$ $s_0^2 = 0,607$
4 m [400 m]	42.273	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 02$ $\hat{t}_2 = -2,45e - 05$ $s_0^2 = 6,273$
4 m [1000 m]	20.149	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 20$ $\hat{t}_2 = -1,91e - 05$ $s_0^2 = 129,471$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

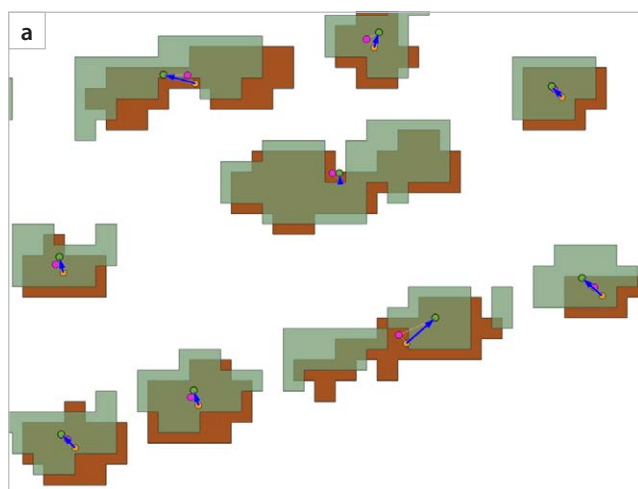
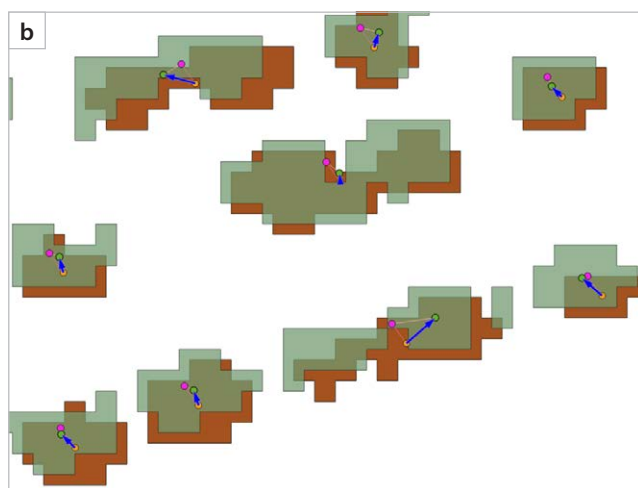
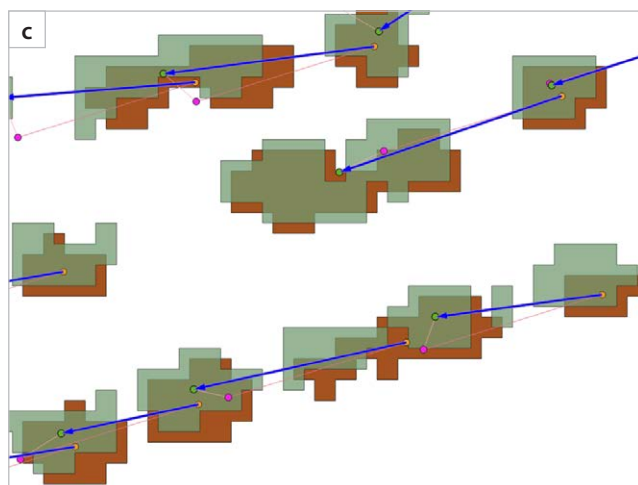
66,5 % bzw. 66,2 % und 31,6 % von den theoretisch maximal 63.852 möglichen Passpunkten identifiziert. Die Passpunkte sind zudem homogen verteilt.

In den Abbildungen 17a bis 17c ist je Aggregationsebene die Zuordnung der Passpunkte zwischen den im Quellsystem des TrueDOP detektierten KI- (orangene Kreise) und den im Zielsystem bestehenden DFK-Gebäudeschwerpunkten (grüne Kreise) durch blaue Zuordnungspfeile dargestellt. Nicht für jedes Gebäude liegen Passpunkte vor. Die Passpunktzuordnung wurde mittels der, aus den genäherten Parametern, transformierten KI-Gebäudeschwerpunkte (pinke Kreise), in Abhängigkeit des Abstandes d zwischen den pinken und grünen Kreisen, bestimmt. Erst mit den Transformationsparametern der Aggregationsebene $a = 1000$ m erfolgen falsche Passpunktzuordnungen, die größere Punktabstände als den Maximal-Abstand d haben. Mit Blick auf die für $a = 1000$ m dennoch guten Ergebnisse der Transformationsparameter in Tab. 6 scheinen diese fehlerhaften Zuordnungen unschädlich zu sein.

Zur objektiven Bewertung der Ergebnisse sind mit Hilfe der identifizierten Passpunkte die Transformationsparameter abschließend über die bedingte Ausgleichung zu berechnen. Die Varianz-Kovarianzmatrix $\text{Diag} \sum_{l \in \mathbb{R}^{4k \times 4k}}$ bestimmt sich mit $\sigma_0^2 = 1$ und der Bodenauflösung von $p = a = 4$ m für die $l = 1, \dots, k$ Passpunkte der DFK- und KI-Gebäudeschwerpunkte aus den Gebäudeflächen zu:

$$\text{Diag} \sum_{l \in \mathbb{R}^{4k \times 4k}} = \frac{p}{a} \begin{pmatrix} F_{1i}, F_{1i}, f_{1j}, f_{1j}, \dots, F_{ki}, F_{ki}, f_{kj}, f_{kj} \end{pmatrix}.$$

Aufgrund der hohen Anzahl an Passpunkten ist der Einsatz von Sparse-Matrizen erforderlich, um so alle Passpunkte in die Ausgleichung einführen zu können. Tab. 6 weist, ausgehend von den in Tab. 4b identifizierten Dreieckspaaren, die bei einer durchgängigen Berechnung mit den hergeleiteten Varianz-Kovarianzmatrizen erzielten Ergebnisse aus, für die im letzten Prozessierungsschritt

a) Passpunkte in der Aggregationsebene $a = 40$ mb) Passpunkte in der Aggregationsebene $a = 400$ mc) Passpunkte in der Aggregationsebene $a = 1000$ m

- Zuordnung**
DFK-Punkt
KI-Punkt (original)
KI-Punkt (transformiert)

Abb. 17: Passpunktzuordnung bezogen auf die Aggregationsebenen $a = 40, 400$ und 1000 m

Sparse-Matrizen eingesetzt wurden. Die Ergebnisse zeigen, dass bei Verwendung einer Kovarianzmatrix mit den Vortransformationen aus Tab. 5 für alle Aggregationsebenen die Sollwerte für $t_1 = 1,0$, $t_2 = 0,0$ nahezu erzielt werden.

Anhand der in Tab. 6 berechneten empirischen Varianzen s_0^2 wird klar, dass bei $a = 1000$ m deutlich größere Verbesserungen im Datensatz enthalten sind als bei den anderen beiden Aggregationsebenen. Dies wird durch die in Abb. 17 dargestellten Zuordnungsvektoren der identifizierten Passpunkte bestätigt. Für $a = 40$ m erfüllt s_0^2 bei frei gewählter theoretischer Varianz von $\sigma_0^2 = 1$ die Ungleichung der Hypothese $H_1: s_0^2 < \sigma_0^2$. Für $a = 400$ m wächst der Wert von s_0^2 proportional zur Aggregationsebene um das 10-fache. Ebenso wie bei Tab. 5 ist der Wert für s_0^2 bei $a = 1000$ m deutlich erhöht; er ist um das 10-fache höher, als es proportional zur Aggregationsebene zu erwarten ist.

Insgesamt haben sich alle Werte für die Varianzen s_0^2 aus den abschließend exakten Berechnungen in Tab. 6 gegenüber den in erster Näherung bestimmten Werten der Tab. 5 deutlich verbessert; überraschenderweise aber nicht der Maßstab und die Rotation. Nur bei den nicht vergleichbaren Translationsparametern $\hat{t}_3$ und $\hat{t}_4$ zeigten sich Verbesserungen.

Falls der Einsatz von Sparse-Matrizen nicht möglich ist, kann zur Bestimmung der Parameter der Ähnlichkeitstransformation aus (5) die Bedingte Ausgleichung mit Unbekannten aus (19) durch eine Substitution in eine vermittelnde Ausgleichung überführt (Linkwitz 1960) werden. Mit Beschränkung auf jeweils gleichgenaue Koordinaten im Quell- und Zielsystem bzw. durch Verwendung der Einheitsmatrix als Varianz-Kovarianzmatrix lassen sich die zu schätzenden Transformationsparameter $\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_4$ durch geschlossene Formeln bestimmen. Das führt zu einer erheblichen Reduzierung der Rechenzeiten von 15 Minuten (CPU: 2,5 GHz und 3,9 GHz in der Spitze, RAM: 64 GB, GPU: 2 Intel Xeon Gold 6248 mit 20 Kernen und 40 Hard-

Tab. 7: Aus TrueDOPs abgeleitete Transformationsparameter ohne Varianz-Kovarianzmatrix (d. h. $\text{Diag} \sum_{ii} = E$)

Bodenauflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	42.500	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 65$ $\hat{t}_2 = 3,0e - 05$ $s_0^2 = 9,810$
4 m [400 m]	41.682	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 86$ $\hat{t}_2 = 0,000157$ $s_0^2 = 11,033$
4 m [1000 m]	18.167	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 05$ $\hat{t}_2 = -1,6e - 05$ $s_0^2 = 45,371$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

warethreads) auf wenige Sekunden bei niedrigeren Hardwareanforderungen (CPU: 3,7 GHz, RAM: 16 GB).

In Tab. 7 sind, ausgehend von den in Tab. 4a identifizierten Dreieckspaaren, die bei Verwendung einer Einheitsmatrix erzielten Ergebnisse dargestellt. Im Vergleich zu Tab. 6 hat sich die Anzahl der Passpunkte je Aggregationsebene nur geringfügig verändert. Erwartungsgemäß sind die ohne Kovarianzmatrix erzielten Ergebnisse gegenüber den Werten aus Tab. 6, mit Ausnahme der Aggregationswerte für $a = 1000$ m, schlechter. Dies gilt sowohl für die Transformationsparameter als auch für die empirische Varianz s_0^2 . Zugleich erscheint damit der durch das verwendete stochastische Modell erhöhte Rechenaufwand gerechtfertigt.

4 Verfahrensanwendung auf Satellitendaten

Zur Untersuchung der Übertragbarkeit des Verfahrens auf extremere, jedoch trotzdem realistische Konfigurationen stehen zwei jeweils zentral im Landkreis Ansbach gelegene und bereits georeferenzierte WorldView-3-Szenen zur Verfügung (vgl. Abb. 18): Eine wolkenfreie Szene vom 28.12.2018 östlich von Ansbach mit einem Nadirwinkel von $22,9^\circ$ und einer Originalauflösung von 36 cm in 8-Bändern, die auf 4 m resampelt und in RGB bereitgestellt wurde. Eine zweite Szene, mit ein paar Wolken, stammt vom 02.09.2021 und liegt westlich zur ersten Szene, aber mit einem deutlich besseren Nadirwinkel von $6,8^\circ$. Die gleiche Szene lag auch mit einem Winkel von $10,2^\circ$ zu einem späteren Zeitpunkt im Winter für Tests vor. In zukünftigen Tests wird das Verfahren auch anhand von PlanetScope-Aufnahmen erprobt.

Wären die Szenen nicht schon vorab georeferenziert, müssten diese für das erstmalige Training des KI-Systems manuell georeferenziert werden. Das kann entweder streng photogrammetrisch (Ideallösung) oder durch eine vereinfachte ebene Einpassung erfolgen. Zur Auswertung der Satellitenbilder ist das KI-System aufgrund der sehr unterschiedlichen Radiometrie je Szene neu zu trainieren, bevor über die Inferenz Gebäude segmentiert werden können. Zusätzlich ist es erforderlich, die georeferenzierten Szenen auf ein regelmäßiges Raster zuzuschneiden, um nicht die entsprechend zugehörigen 4 m-DFK-Kacheln (Ground Truth) in die jeweiligen Satellitenszenen transformieren zu müssen.

Für das Training des KI-Systems stehen in der ersten Szene 372 Patches (256×256 Pixel, Überlappung 124 Pixel) mit Gebäudedaten zur Verfügung. Bei der Prozessierung von TrueDOPs standen für den Landkreis Ansbach 86.042 Patches zur Verfügung. Die Aufteilung Training zu Test im Verhältnis von ca. 80 % zu 20 % ergibt 297 Patches für das Training und 75 Patches zur Validierung. Die Lernrate ist auf $\alpha = 0,01$ hochgesetzt. Bei der landesweiten Prozessierung zum Zweck der Baufallerkundung wurde ein Wert von $\alpha = 0,00001$ verwendet. Es wurde eine Batch Size von 16 verwendet.

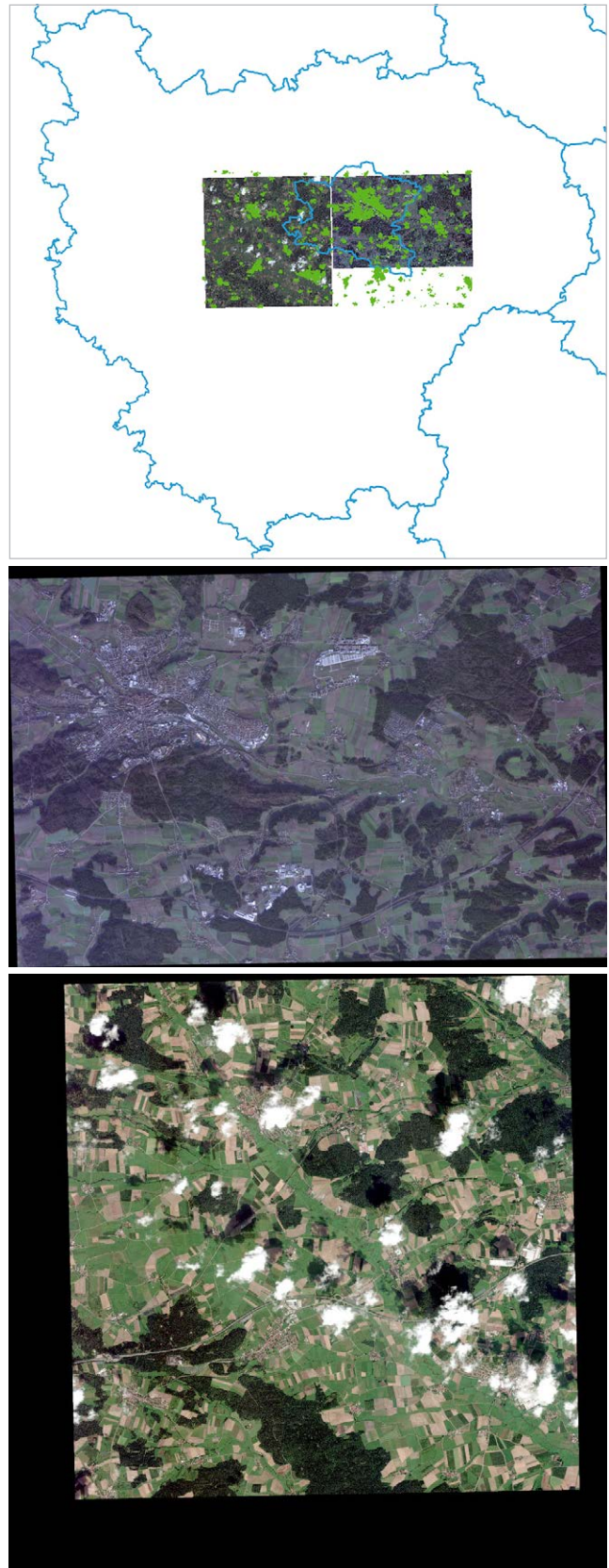


Abb. 18: Lage der Satellitenbilder zueinander im Landkreis Ansbach (oben), Szene 1 (Mitte), Szene 2 (unten)

Für die zweite Szene konnten 417 Patches gebildet werden. Die Lernrate wurde hier auf $\alpha = 0,1$ festgesetzt, aber die Batch Size 16 beibehalten. Beim Training wurden Wolken- und deren Schattenflächen mitverwendet. Zukünftig wären Untersuchungen zur Wirkungsweise von Wolkendetektoren wünschenswert.

Die Lernrate α wird derzeit individuell je Szene automatisiert festgesetzt. Für die tatsächlichen Satellitenbilder der CubeSat-Satelliten werden erst nach einem längeren Zeitraum Erkenntnisse über individuelle Lernraten zu Standardwerten bei bestimmten Radiometrien führen.

Die Inferenz liefert innerhalb der ersten Satelliten-Szene 6399 KI-Gebäude gegenüber 16.094 resampelten DFK-Gebäuden. Dies entspricht einer Erkennungsrate von 40 %. In der zweiten, wolkenbehafteten Szene liefert die Inferenz mit 4921 KI-Gebäuden gegenüber 10.457 DFK-Gebäuden eine etwas höhere Erkennungsrate von 47 %, wobei natürlich in den Wolken- und Schattenflächen keine Gebäude erkannt werden. Im Vergleich dazu liegt die auf den resampelten TrueDOPs erzielte Erkennungsrate von 53 % nur geringfügig darüber (vgl. Abschnitt 2.2).

Die für die beiden Szenen erzielten Ergebnisse der Georeferenzierung und der automatisierten Identifizierung von Passpunkten sind in den Anhängen 1 und 2 aufgeführt. Sie zeigen dieselbe Systematik, wie sie für die TrueDOPs des Simulators erzielt wurden. Zwar konnte in der ersten Szene nur ein Dreieck für die genäherte Transformation verwendet werden, während in der zweiten Szene von 12 identifizierten Dreiecken vier genutzt wurden (33 %), so zeigen die Ergebnisse in Tab. 6 und Tab. 7 trotzdem, dass die Werte für die Transformationsparameter $\hat{t}_1$ und $\hat{t}_2$ sehr nahe an den Sollwerten liegen und die Varianz s_0^2 bei Verwendung des vorgestellten stochastischen Modelles mit 2,1 m bzw. 6,5 m sehr gute Ergebnisse liefert. Zudem folgen die Ergebnisse der Systematik des Simulators, dass die Werte für s_0^2 höher sind, wenn die Einheitsmatrix als Kovarianzmatrix genutzt wird.

5 Bewertung und Ausblick

Anhand eines auf TrueDOP aufgebauten Simulators wurde eine automatisierte Georeferenzierung mittels Deep Learning und Delaunay-Triangulationen unter Verwendung amtlicher DFK-Gebäude realisiert. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass

- die Einführung von Aggregationsebenen eine sichere Detektion von Ähnlichkeiten in Triangulationen ermöglicht; empfehlenswert ist eine Aggregation auf 40 m,
- das vorgestellte funktionale und stochastische Modell die Identifizierung kongruenter Dreiecke ermöglicht,
- ein χ^2 -Test zur qualitativen Bewertung identifizierter Permutationen genutzt oder, alternativ dazu, das obere Drittel der besten Permutationen eingesetzt werden kann,

- über alle Aggregationsebenen die Sollwerte der zu schätzenden Transformationsparameter erreicht werden,
- eine stufenweise Passpunktzuordnung über die Aggregationsebenen mittels genäherter Transformationsparameter zu einer hohen Anzahl identifizierter Passpunkte im Zielmaßstab führt,
- die Verwendung von Kovarianzmatrizen bessere Ergebnisse liefert als ohne; aber auch mit der Einheitsmatrix gute Ergebnisse erzielt werden,
- der Einsatz von Sparse-Matrizen nur erforderlich ist, wenn über die Aufgabe der Identifizierung von Passpunkten hinaus die Werte der Transformationsparameter bestimmt werden müssen, beispielsweise zu Zwecken des Qualitätsmanagements. Die Weiterführung des Verfahrens inklusive der praktischen Nutzung der bestimmten Passpunkte erfolgt derzeit.

Eine über diesen Beitrag hinausgehende Untersuchung hat gezeigt, dass unabhängig davon, ob bei der KI-basierten Gebäudedetektion das nDOM verwendet wird oder nicht, die zu schätzenden Transformationsparameter nur geringfügig variieren (siehe Anlage 3). Im Gegensatz zur Baufallerkundung auf TrueDOPs mit 40 cm Bodenauflösung liefert eine Prozessierung mit einem resampelten DGM und resampelten TrueDOPs ohne nDOM, gemessen an der Varianz s_0^2 , bessere Ergebnisse als mit einem nDOM. Es werden ohne nDOM sowohl mehr Passpunktpaare über den χ^2 -Test identifiziert als auch mehr Passpunkte, sodass zur Prozessierung von Fernerkundungsdaten beim Training des Gebäudedetektors zukünftig auf das nDOM verzichtet werden kann (dies ist bei der Prozessierung der Satellitenbilder in Abschnitt 4 bereits erfolgt).

Der Aufwand zur Berechnung der Permutationen ist abhängig von der Anzahl der Passpunkte und wächst quadratisch. Daher sind für eine landesweite Prozessierung kleine Rechenblöcke notwendig. Die Laufzeit des Simulators liegt ohne die KI-basierte Detektion von Gebäuden für die vollständige Prozessierung der Daten über alle Aggregationsebenen und einer gemeinsamen Berechnung mit und ohne Kovarianzmatrizen für den gesamten Landkreis von Ansbach unter einer Stunde (CPU: 3,7 GHz, RAM: 16 GB), dessen Fläche sicherlich nur von Szenen mehrerer CubeSat-Satelliten abgedeckt werden wird. Die KI-basierte Prozessierung teilt sich in das Trainieren des Detektors und die Inferenz zur Segmentierung der trainierten Objekte, hier sind es die Gebäude. Zur Prozessierung der TrueDOP auf 4 m Bodenauflösung werden für die 35 10 km²-Kacheln auf einem schwachen KI-Server (CPU: 2,5 GHz und 3,9 GHz in der Spitze, RAM: 64 GB) mit 2 GPUs (Intel Xeon Gold 6248 mit 20 Kernen und 40 Hardwarethreads) 80 Minuten benötigt. Dieser Vorgang des Trainierens ist bei gleichbleibender Qualität der Bilder einmalig durchzuführen. Die darauf aufbauende Inferenz benötigt lediglich 4 Minuten auf einer GPU und kann dann ohne erneutes Training des Netzwerks immer wieder genutzt werden. Tests haben gezeigt, dass ein auf TrueDOP trainiertes KI-System zur automatisierten Gebäudedetektion nicht auf

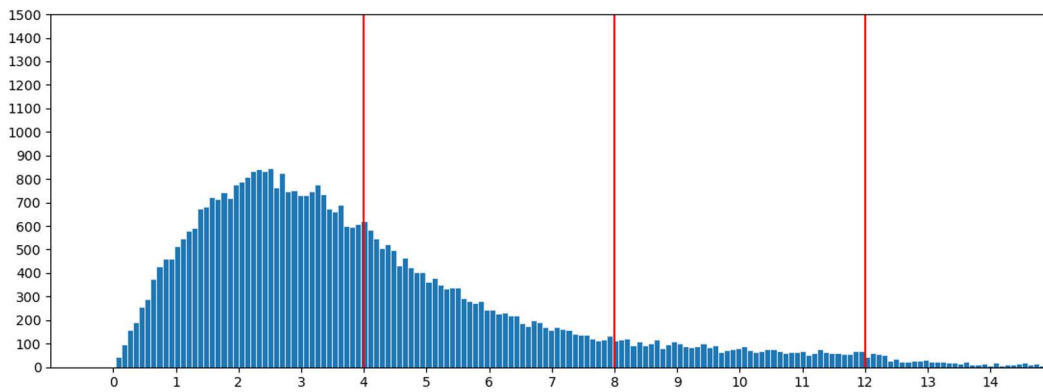


Abb. 19:
Restklaffungen für
die Aggregations-
ebene von 40 m an
den $m = 42.395$ Pass-
punkten

Satellitenbilder übertragen werden kann, ebenso wenig wie umgekehrt. Zur landesweiten Prozessierung von CubeSat-Satellitendaten sind sicherlich zunächst eine Vielzahl von Modellen zu trainieren, um schließlich später wenige Modelle zu erhalten, die die radiometrischen Unterschiede zwischen den Jahreszeiten und Bewölkungssituationen berücksichtigen können.

Die erzielte Genauigkeit bzw. das erreichte Fehlerbudget lässt sich an den Passpunkten anhand der in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen Helmerttransformation aus den bestehenden Koordinatenwidersprüchen bestimmen. Am Beispiel der Aggregationsebene von 40 m ergeben sich an den 42.395 Passpunkten (vgl. Tab. 6) folgende Restklaffungen, die als Strecken im Histogramm der Abb. 19 dargestellt sind: 61 % der Punkte haben Restklaffungen unter 4 m (entspricht 1 Pixel) und 1,9 % der Punkte größer 12 m. Der Mittelwert beträgt 4,03 m, der Median 3,32 m und die Varianz $\sigma = 2,79$ m.

Die vorgestellte Verfahrenslösung ist die Grundlage für eine automatisierte Passpunktzuordnung, die auf nicht georeferenzierten Satellitenbildern angewendet werden kann. In der Praxis ist davon auszugehen, dass die Bilddaten von CubeSat-Satelliten vor dem Postprocessing eine zunächst unzureichende Georeferenzierung haben werden. Darüber hinaus werden Wolken unterschiedlicher Dichte Bereiche in den Satellitenbildern verdecken.

Das vorgestellte Verfahren ist umso stabiler, je besser die KI-basierte Gebäudedetektion ist, weil dann die Topologie der aus den DFK- und KI-Gebäuden abgeleiteten Triangulationen besser abbildbar wird. Unterstützt wird dies auch durch die qualitativ hochwertigen Trainingsdaten. Für eine gute Erkennungsrate sind radiometrisch homogene Szenen in einer möglichst hohen Anzahl bzw. einer großen Flächendeckung erforderlich. Dies kann beispielsweise durch die Auswertung einer Szene des gesamten Überflugs eines Satelliten oder besser noch, durch mehrere im Verbund, aber versetzt fliegende CubeSat-Satelliten sichergestellt werden.

Eine Schwerpunktaufgabe zukünftiger Arbeiten ist die Implementierung einer geeigneten Restklaffungsinterpolation, um die Satellitenbilder der CubeSat-Satelliten sowohl einzeln zu georeferenzieren als auch im Verbund zu einem Mosaik zusammenzuführen.

Literatur

- Bjerhammar, A. (1973): Theory of errors and generalized matrix inverses. Elsevier scientific publishing company, Amsterdam.
- Bourke, P. (1997): Polygons and meshes. <http://paulbourke.net/geometry/polygonmesh/>, letzter Zugriff 01.10.2022.
- Cao, H., Pengjie, T., Haihong, L., Jun, S. (2019): Bundle adjustment of satellite images based on an equivalent geometric sensor model with digital elevation model. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. 156, 169–183. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2019.08.011.
- Fan, B., Huo, C., Pan, C., Kong, Q. (2013): Registration of Optical and SAR Satellite Images by Exploring the Spatial Relationship of the Improved SIFT. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Vol. 10, No. 4, 657–661. DOI: 10.1109/LGRS.2012.2216500.
- Goodman, L. A. (1960): On the exact variance of products. Journal of the American Statistical Association, Vol. 55, No. 292, 708–713. DOI: 10.2307/2281592. www.semanticscholar.org/paper/On-the-Exact-Variance-of-Products-Goodman/f9262396b2aaf7240ac328911e5ff1e46ebbf3da.
- Großmann, W. (1969): Grundzüge der Ausgleichsrechnung. Springer-Lehrbuch, Berlin, Heidelberg, New York.
- Höpcke, W. (1980): Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung. de Gruyter Lehrbuch, Berlin New York.
- Johnstone, A., et al. (2022): CubeSat Design Specification. Cal Poly SLO, San Luis Obispo CA, Rev. 14.1.
- Krickeberg, K., Ziezold, H. (1995): Stochastische Methoden. Springer-Lehrbuch, Berlin, Heidelberg.
- Linkwitz, K. (1960): Über die Systematik verschiedener Formen der Ausgleichsrechnung. ZfV – Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 6/1960, 85. Jg., 191–204.
- Manandhar, P., Alkhaja, A., Marpu, P., Aung, Z. (2020): Towards Rectifying the Effect on Image Registration of Pointing Inaccuracies in Nanosatellites Using Deep Convolutional Neural Networks. Journal of Small Satellites, Vol. 9, 897–910.
- Moradi, B., Zoej, M., Yaghoobi, S., Yavari, S. (2021): An Improved Approach Based on Terrain-dependent Mathematical Models for Georeferencing Pushbroom Satellite Images. ASPRS Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, Vol. 87, 53–60. DOI: 10.14358/PERS.87.1.53.
- OGC (2011): OpenGIS® Implementation Standard for Geographic information – Simple feature access – Part 1: Common architecture, Version 1.2.1, Document Reference number: OGC 06-103r4, Date: 2011-05-28. <https://www.ogc.org/standard/sfa/#downloads>.
- Patel, M., Thakar, K., Shah, S. (2016): Image Registration of Satellite Images with Varying Illumination Level Using HOG Descriptor Based SURF. Procedia Computer Science, Vol. 93, 382–388. DOI: 10.1016/j.procs.2016.07.224.

- Penrose, R. (1955): A generalized invers for matrices. Proc. Camb. phil. Soc. 51, 406–413.
- Penrose, R. (1956): On best approximate solutions of linear matrix equations. Proc. Camb. phil. Soc. 52, 17–19.
- Poli, D., Toutin, T. (2012): Review of developments in geometric modelling for high resolution satellite pushbroom sensors. The Photogrammetric Record, Vol. 27, 58–73. DOI: 10.1111/j.1477-9730.2011.00665.x.
- PostGIS: https://postgis.net/docs/ST_RelateMatch.html.
- Roschlaub, R. (1999): Klassifikation und Interpolation mittels affin invarianter Voronoidiagramme auf der Basis eines Wahrscheinlichkeitsmaßes in großmaßstäbigen Geoinformationssystemen. DGK, Reihe C, Heft Nr. 509.
- Roschlaub, R., Glock, C., Möst, K., Hümmer, F., Li, Q., Auer, S., Krupe, A., Zhu, X. (2022): Implementierung einer KI-Infrastruktur zur automatisierten Erkennung von landesweiten Gebäudeveränderungen aus Luftbildern. zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Heft 3/2022, 147. Jg., 181–192. DOI: 10.12902/zfv-0389-2022.
- Roschlaub, R., Li, Q., Auer, S., Shi, Y., Möst, K., Glock, C., Schmitt, M., Shi, Y., Zhu, X. (2020): KI-basierte Segmentierung von Gebäuden mittels Deep Learning und amtlichen Geodaten zur Baufallerkundung. zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Heft 3/2020, 145. Jg., 180–189. DOI: 10.12902/zfv-0299-2020.
- Schikin, J. (1994): Lineare Räume und Abbildungen. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
- Virtanen, P., et al. (2020): SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. Nature Methods, 17(3), 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- Yavari, S., Zoj, M., Sahebi, M., Mokhtarzade, M. (2018): Accuracy improvement of high resolution satellite image georeferencing using an optimized line-based rational function model. International Journal of Remote Sensing, 39:6, 1655–1670. DOI: 10.1080/01431161.2017.1410294.

Die Forschungsarbeiten des vorliegenden Kooperationsprojektes werden vom bayerischen Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung finanziert.

Kontakt

Dr.-Ing. Robert Roschlaub* | Dipl.-Ing. (FH) Manfred Zerndl |
Dipl.-Ing. (FH) Karin Möst | Andreas Maier | Dr.-Ing. Clemens Glock
Landesamt für Digitalisierung, Breitband und Vermessung
Alexandrastraße 4, 80538 München
robert.roschlaub@ldbv.bayern.de
manfred.zerndl@ldbv.bayern.de
andreas.maier@ldbv.bayern.de
karin.moest@ldbv.bayern.de
clemens.glock@ldbv.bayern.de

M. Sc. Philipp-Roman Hirt | M. Sc. Michael Greza
Technische Universität München
TUM School of Engineering and Design
Photogrammetry and Remote Sensing
Arcisstraße 21, 80333 München
philipp.hirt@tum.de
michael.greza@tum.de

*corresponding author

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter www.geodaesie.info.

Anhang 1

Im Folgenden sind die Ergebnisse des Simulators tabellarisch aufgeführt, die beim Training des KI-basierten Gebäudedetektors *ohne Verwendung eines nDOM* anhand der Satellitenbild-Szene 1 mit 6399 identifizierten KI-Gebäuden von 16.094 DFK-Gebäuden erreicht wurden.

Tab. 1: Anzahl an Siedlungs-Mittelpunkten in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz ohne nDOM
40 m	172	73
400 m	26	8
1000 m	3	1

Tab. 2: Rückgang der Anzahl differierender Dreiecke in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz	Anzahl differierender Dreiecke
40 m	381	134	247
400 m	72	9	63
1000 m	17	0	17

Tab. 3: Rückgang der Anzahl verbleibender Dreiecke je Datensatz in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	Rückgang	KI-Datensatz	Rückgang
40 m	377	4	133	1
400 m	70	2	9	0
1000 m	17	0	0	0

Tab. 4a/4b: Identifizierte Dreieckspaare anhand des oberen Drittels der Werte für w_{ij} sowie des χ^2 -Tests ohne (4a) und mit (4b) Kovarianzmatrix am Beispiel des Landkreises Ansbach

Tab. 4a:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} ohne Σ_{ll}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ ohne Σ_{ll}
40 m	1	0	0
400 m	0	0	0
1000 m	0	0	0

Tab. 4b:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} mit Σ_{ll}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ mit Σ_{ll}
40 m	1	0	0
400 m	0	0	0
1000 m	0	0	0

Tab. 5: Gegenüberstellung der erzielten genäherten Transformationsparameter aus den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten unter Verwendung der aus den 33 % der besten Dreieckspermutationen der Tab. 4b resultierenden Passpunkte

Aggregation	33%-ige Anzahl der Passpunkte	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
40 m	3	$\hat{t}_1 = 1.00358178680$ $\hat{t}_2 = 0.0746079960082$ $s_0^2 = 1069.353351$
400 m	–	–
1000 m	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 6: Transformationsparameter aus den Gebäudeschwerpunkten des TrueDOP in 4 m Bodenaufklärung

Bodenaufklärung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	969	$\hat{t}_1 = 1.00003376610$ $\hat{t}_2 = -5.47193818e-06$ $s_0^2 = 6.548365959$
4 m [400 m]	–	–
4 m [1000 m]	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 7: Aus TrueDOPs abgeleitete Transformationsparameter ohne Varianz-Kovarianzmatrix (d.h. $\text{Diag} \sum_{ll} = E$)

Bodenaufklärung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	969	$\hat{t}_1 = 1.00003471131$ $\hat{t}_2 = 1.25056287e-05$ $s_0^2 = 45.77080554$
4 m [400 m]	–	–
4 m [1000 m]	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Anhang 2

Im Folgenden sind die Ergebnisse des Simulators tabellarisch aufgeführt, die beim Training des KI-basierten Gebäudedetektors *ohne Verwendung eines nDOM* anhand der Satellitenbild-Szene 2 mit 4921 identifizierten KI-Gebäuden von 10.457 DFK-Gebäuden erreicht wurden.

Tab. 1: Anzahl an Siedlungs-Mittelpunkten in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz ohne nDOM
40 m	150	87
400 m	21	16
1000 m	3	3

Tab. 2: Rückgang der Anzahl differierender Dreiecke in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz	Anzahl differierender Dreiecke
40 m	348	162	186
400 m	59	22	37
1000 m	14	0	14

Tab. 3: Rückgang der Anzahl verbleibender Dreiecke je Datensatz in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	Rückgang	KI-Datensatz	Rückgang
40 m	341	7	159	3
400 m	58	1	19	3
1000 m	14	0	0	0

Tab. 4a/4b: Identifizierte Dreieckspaare anhand des oberen Drittels der Werte für w_{ij} sowie des χ^2 -Tests ohne (4a) und mit (4b) Kovarianzmatrix am Beispiel des Landkreises Ansbach

Tab. 4a:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} ohne Σ_{II}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ ohne Σ_{II}
40 m	12	4	0
400 m	1	0	0
1000 m	0	0	0

Tab. 4b:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} mit Σ_{II}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ mit Σ_{II}
40 m	12	4	10
400 m	1	0	0
1000 m	0	0	0

Tab. 5: Gegenüberstellung der erzielten genäherten Transformationsparameter aus den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten unter Verwendung der aus den 33 % der besten Dreieckspermutationen der Tab. 4b resultierenden Passpunkte

Aggregation	33%-ige Anzahl der Passpunkte	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
40 m	8	$\hat{t}_1 = 1.001102777286$ $\hat{t}_2 = -0.00086082066$ $s_0^2 = 131.794503$
400 m	–	–
1000 m	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 6: Transformationsparameter aus den Gebäudeschwerpunkten des Satellitenbilds in 4 m Bodenauflösung

Bodenauflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	2516	$\hat{t}_1 = 0.99959326187$ $\hat{t}_2 = 0.000183575474$ $s_0^2 = 2.094123$
4 m [400 m]	–	–
4 m [1000 m]	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 7: Aus Satellitenbild abgeleitete Transformationsparameter ohne Varianz-Kovarianzmatrix (d. h. $\text{Diag}(\Sigma_{II} = E)$)

Bodenauflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	2516	$\hat{t}_1 = 0.9993968842871$ $\hat{t}_2 = 0.0004012675152$ $s_0^2 = 23.626839$
4 m [400 m]	–	–
4 m [1000 m]	–	–
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Anhang 3

Im Folgenden sind die Ergebnisse des Simulators tabellarisch aufgeführt, die beim Training des KI-basierten Gebäudedetektors *ohne Verwendung eines nDOM* anhand der TrueDOP mit 63.852 identifizierten KI-Gebäuden von 119.661 DFK-Gebäuden erreicht wurden.

Tab. 1: Anzahl an Siedlungs-Mittelpunkten in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz ohne nDOM
40 m	1392	1202
400 m	251	269
1000 m	31	43

Tab. 2: Rückgang der Anzahl differierender Dreiecke in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	KI-Datensatz	Anzahl differierender Dreiecke
40 m	2764	2385	379
400 m	486	520	-34
1000 m	50	74	-24

Tab. 3: Rückgang der Anzahl verbleibender Dreiecke je Datensatz in Abhängigkeit der Aggregation am Beispiel des Landkreises Ansbach

Aggregation	DFK-Datensatz	Rückgang	KI-Datensatz	Rückgang
40 m	2722	42	2354	31
400 m	475	42	511	9
1000 m	48	2	74	0

Tab. 4a/4b: Identifizierte Dreieckspaare anhand des oberen Drittels der Werte für w_{ij} sowie des χ^2 -Tests ohne (4a) und mit (4b) Kovarianzmatrix am Beispiel des Landkreises Ansbach

Tab. 4a:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} ohne Σ_{II}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ ohne Σ_{II}
40 m	473	158	26
400 m	267	89	21
1000 m	20	7	1

Tab. 4b:

Aggregation	Anzahl identifizierter Dreiecks-Paare	Paare aus den oberen 33 % der w_{ij} mit Σ_{II}	Paare für $s_0^2 < 2,4$ mit Σ_{II}
40 m	473	158	434
400 m	268	89	258
1000 m	20	7	20

Tab. 5: Gegenüberstellung der erzielten genäherten Transformationsparameter aus den aggregierten Siedlungs-Mittelpunkten unter Verwendung der aus den 33 % der besten Dreieckspermutationen der Tab. 4b resultierenden Passpunkte

Aggregation	33%-ige Anzahl der Passpunkte	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
40 m	304	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 23$ $\hat{t}_2 = 0,00\ 01\ 36$ $s_0^2 = 70,113$
400 m	123	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 53$ $\hat{t}_2 = 1,8e-06$ $s_0^2 = 130,277$
1000 m	13	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 02$ $\hat{t}_2 = 7,5e-06$ $s_0^2 = 47,788$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 6: Transformationsparameter aus den Gebäudeschwerpunkten des TrueDOP in 4 m Bodenauf Auflösung

Bodenauf Auflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	57.734	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 81$ $\hat{t}_2 = 0,00\ 01\ 11$ $s_0^2 = 0,659$
4 m [400 m]	57.883	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 37$ $\hat{t}_2 = -2,18e-06$ $s_0^2 = 6,261$
4 m [1000 m]	54.217	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 40$ $\hat{t}_2 = -9,52e-06$ $s_0^2 = 38,819$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$

Tab. 7: Aus TrueDOPs abgeleitete Transformationsparameter ohne Varianz-Kovarianzmatrix (d. h. $\text{Diag} \sum_{II} = E$)

Bodenauf Auflösung [Aggregation]	Anzahl der Passpunkte bezogen auf 4 m	Maßstab: $m^2 = t_1^2 + t_2^2$ Rotation: $\tan(r) = \frac{t_2}{t_1}$ Varianz s_0^2
4 m [40 m]	57.996	$\hat{t}_1 = 0,99\ 99\ 42$ $\hat{t}_2 = 2,0e-05$ $s_0^2 = 8,019$
4 m [400 m]	57.938	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 81$ $\hat{t}_2 = -4,5e-05$ $s_0^2 = 8,888$
4 m [1000 m]	56.237	$\hat{t}_1 = 1,00\ 00\ 19$ $\hat{t}_2 = -0,00\ 01\ 28$ $s_0^2 = 11,308$
Sollwerte		$t_1 = 1,0$ $t_2 = 0,0$